

ЗАДАНИЕ ПО КОМПЛЕКСУ ПРЕДМЕТОВ  
ФИЗИКА, ИНФОРМАТИКА, МАТЕМАТИКА  
ВАРИАНТ 41991 для 9 класса

Недавно суперавтомобиль «Мотаня» получил новый двигатель. Теперь при разгоне с места его скорость изменяется по закону

$$v(t) = 5t + 0.1t^3$$

Давайте попробуем подсчитать, какой путь пройдет «Мотаня» после старта за 1 минуту.

Для поиска ответа на поставленный вопрос перейдем к дискретному времени. Это означает, что вместо непрерывного времени нужно использовать время, изменяющееся скачкообразно с некоторым шагом  $\Delta t$ , т.е. рассматривать только моменты времени, отстоящие от начального момента на  $k \cdot \Delta t$  ( $k$  – любое натуральное число). Далее следует допустить, что между указанными моментами скорость суперавтомобиля не изменяется, а все изменения происходят мгновенно в отмеченные моменты времени. Таким образом, весь процесс можно приближенно рассмотреть как последовательность равномерных движений. Понятно, что чем меньше будет значение шага дискретизации  $\Delta t$ , тем точнее будет расчет, т.е. тем меньше будет разница между «решением», полученным в ходе расчетов и точным решением исходной задачи. Для определения того, насколько подходящий шаг  $\Delta t$  выбран, можно поступить следующим образом. Проведем расчет с выбранным значением  $\Delta t$ , а затем с шагом  $\frac{\Delta t}{2}$ . Если результаты будут отличаться незначительно, то результат признаем удовлетворительным, в противном случае уменьшим величину  $\Delta t$  и повторим проверку. В нашей задаче будем считать подходящим различие не более, чем на 1%.

Итак, какой путь пройдет «Мотаня» на стартовой прямой за 1 минуту?

### Схема решения

Рассмотрим некоторый момент времени  $t_k$ .

В этот момент скорость автомобиля равна

$$v_k = 5t_k + 0.1t_k^3.$$

Тогда за время  $\Delta t$  (в соответствии с принятым упрощением) будет пройден путь

$$S_k = v_k \cdot \Delta t.$$

Поскольку нас интересует первая минута движения, разобьем ее на  $N$  одинаковых частей. Таким образом,  $\Delta t = 1/N$ .

Чтобы найти путь, пройденный за 1 минуту, нужно сложить все  $S_k$  для  $k$  от 0 до  $N - 1$ . Получаем, что весь путь

$$L = \sum_{k=0}^{N-1} S_k.$$

Остается оформить все сказанное в виде алгоритма (значок % в нем означает комментарий). Величина  $N$  считается известной константой. Она определяется при вычислении  $\Delta t$ .

### Алгоритм Старт

Вход:  $\Delta t$ ;                   % шаг изменения времени

Выход:  $L$ ;                   % пройденные путь

#### начало алгоритма

$L := 0$ ;

$t := 0$ ;                   % текущее время

ДЛЯ  $k$  от 1 до  $N$

$$v = 5t + 0.1t^3$$

$$S := v \cdot \Delta t;$$

$$L := L + S;$$

$$t := t + \Delta t;$$

конец\_ДЛЯ

#### конец алгоритма

Работу с алгоритмом следует организовать в соответствии с пояснениями в тексте задания.

Производится запуск алгоритма с некоторой величиной  $\Delta t$  на входе (например,  $\Delta t = 1$  сутки). На выходе будет получено некоторое значение  $L_1$ :

$$L_1 = \text{Старт}(\Delta t).$$

Затем на вход подается величина  $\Delta t/2$  и на выходе получается значение  $L_2$ :

$$L_2 = \text{Старт}(\Delta t/2).$$

Если  $\frac{|L_1 - L_2|}{L_2} \leq 0.01$  (это означает, что величины отличаются не более, чем на 1%), то значение  $L_2$  (поскольку оно более точное) будет ответом на вопрос о пройденном пути.

Если же  $\frac{|L_1 - L_2|}{L_2} > 0.01$ , то величина  $\Delta t$  уменьшается (например, делится пополам, и соответственно  $N$  увеличивается вдвое), и снова производится два запуска алгоритма, как описано выше.

При решении задания этот процесс можно было проводить вручную, а можно было написать еще один цикл двойных запусков.

Числовые данные, которые должны были бы быть получены в результате выполнения описанных алгоритмов не приводятся. Их отсутствие следует рассматривать как стимул для повторной самостоятельной проработки задачи.