

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ  
ВАРИАНТ 7111 для 11 класса

1. В стране «Энергетика» 150 заводов и некоторые из них соединены автобусными маршрутами, которые не останавливаются нигде, кроме этих заводов. Оказалось, что любые четыре завода можно разбить на две пары так, что между заводами каждой пары ходит автобус. Найдите наименьшее число пар заводов, которые могут быть соединены автобусными маршрутами.

**Ответ:** 11025.

2. Для числовой последовательности  $x_0, x_1, \dots, x_n, x_{n+1}, \dots$  выполняются соотношения  $2x_n = x_0 + x_1 + \dots + x_{n-1} - x_n$  при всех  $n = 1, 2, \dots$ . Найдите каждый член  $x_n$  такой последовательности и значения сумм  $S_n = x_0 + x_1 + \dots + x_n$ .

**Ответ:**  $x_n = x_0 \frac{4^{n-1}}{3^n}$  при  $n \geq 1$ ,  $S_n = x_0 \left(\frac{4}{3}\right)^n$ ,  $x_0$  – любое.

3. Шесть чисел записаны в ряд. Известно, что среди них есть единица и любые три соседних числа имеют одинаковое среднее арифметическое. Найдите максимальное значение среднего геометрического любых трех соседних в этом ряду чисел, если среднее арифметическое всех 6 чисел равно  $A$ .

**Ответ:**  $\sqrt[3]{(3A-1)^2/4}$ .

4. Дан квадратный трехчлен  $g(x)$ , имеющий ровно один корень. Найдите этот корень, если известно, что и многочлен  $g(ax+b) + g(cx+d)$ , где  $a \neq c$ , имеет ровно один корень.

**Ответ.**  $x_0 = \frac{ad - bc}{a - c}$ .

5. При благоустройстве городского сада «Пифагор» сначала были проложены три аллеи, образующие прямоугольный треугольник с острым углом  $\alpha$ . Следующие аллеи проложили как внешние квадраты на сторонах этого

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Заключительный этап. Очная форма.

треугольника (получилась фигура, иллюстрирующая теорему Пифагора и называемая пифагоровыми штанами). Наконец, на третьем этапе соединили прямолинейными аллеями центр наибольшего квадрата с вершиной прямого угла, а центры двух меньших квадратов друг с другом. Определите, какая из аллей третьего этапа имеет большую длину? При каком значении угла  $\alpha$  их длины различаются сильнее всего?

**Ответ.** Обе аллеи имеют одинаковую длину, каков бы ни был острый угол треугольника.