Материалы заданий Олимпиады школьников «Надежда энергетики» по предмету «физика» в 2015/2016 учебном году

Характер и уровень сложности олимпиадных задач по физике направлены на достижение целей, поставленных организаторами олимпиад. В первую очередь, это выявление в составе участников олимпиад ребят, твердо владеющих школьной программой и наиболее подготовленных к успешному усвоению курсов, определенных образовательными стандартами для технических вузов. Будущие студенты должны обладать логическим мышлением, свободно оперировать физическими законами, научными формулировками и терминологией. От школьников требуется умение математически сформулировать описанную в задаче ситуацию на основе физических законов, при решении – применить наиболее подходящие методы алгебры. Совершенно необходимо и умение абстрагироваться от лишнего, рисовать удачные графические схемы, умело применять графики тех или иных процессов.

Структура типичного варианта олимпиады такова, что задачи строго дифференцированы по сложности и требуют для решения различных временных затрат. Задачи охватывают все разделы школьной программы и носят, в своем большинстве, комплексный характер, позволяющий варьировать оценки в зависимости от проявленных в решении творческих подходов и продемонстрированных технических навыков. Участники должны самостоятельно определить законы физики, применимые к каждой задаче, разбить задачу на подзадачи, грамотно выполнить решение каждой подзадачи и затем синтезировать решение всей задачи из решений отдельных подзадач.

Успешное написание олимпиадной работы не требует знаний, выходящих за пределы школьной программы, но, как показывает статистика олимпиады, доступно далеко не каждому школьнику, поскольку требует творческого подхода, логического мышления, умения увидеть и составить правильный и оптимальный план решения, четкого и технически грамотного выполнения каждой части решения, порой, отбора из множества математически верных решений подмножества решений, соответствующих физической реальности.

Умение справляться с заданиями олимпиады по физике приходит к участникам олимпиад с опытом, который вырабатывается на тренировочном и отборочном этапах олимпиады.

Решения вариантов заключительного этапа Олимпиады школьников «Надежда энергетики» по предмету «физика»
в 2015/2016 учебном году

ЗАДАНИЕ ПО ФИЗИКЕ
ВАРИАНТ 7771 для 7 класса

1. В НИУ «МЭИ» проводятся «университетские субботы» – научно-познавательные лекции и занятия со школьниками. Одна из таких встреч состоялась на кафедре физики и была посвящена законам механики. При обсуждении закона всемирного тяготения школьникам задали вопрос: «Как известно, на все тела на Земле действует сила притяжения со стороны Солнца. Днём эта сила вычитается из силы притяжения тел к Земле, а ночью складывается с ней. Означает ли это, что ночью все тела на Земле весят больше, чем днём?» Сможете ли вы повторить правильный ответ, который дали будущие студенты МЭИ?

Ответ: ночью и днём все тела весят одинаково.
Сила притяжения со стороны Солнца действует не только на “взвешиваемое” тело, но и на Землю. Поэтому эта сила сообщает грузу и весам одинаковые ускорения. Следовательно, сила притяжения к Солнцу не изменяет растяжение пружины, т.е. не изменяет показания весов.
Как известно, показания весов равны нулю (сила притяжения к Земле не растягивает пружину весов), если груз вместе с весами свободно падает на Землю. Сила притяжения Солнца не растягивает пружину весов, поскольку груз и весы вместе с Землей “свободно падают” на Солнце.

2. Винни Пух решил слетать к пчёлам за мёдом на воздушном шаре. Поднявшись до дупла, в котором жили «неправильные» пчелы, он привязал корзину воздушного шара к дереву и стал заполнять мёдом пустые банки. Когда он заполнил 8 банок и отвязал корзину от дерева, то стал опускаться на землю с постоянной скоростью. Сколько банок с мёдом Пух должен вынуть на земле, чтобы воздушный шар стал равномерно подниматься с той же скоростью? Масса воздушного шара и Пуха равна массе четырёх банок с мёдом. На воздушный шар действует постоянная подъёмная сила, равная весу девяти банок с мёдом. Массой пустой банки пренебречь.

При равномерном движении шара вниз

$$Mg + 8mg = F_{сопротивления} + F_n \ .$$

При равномерном движении шара вверх

$Mg + (8 - x)mg + F_{сопротивления} = F_n$, где x- количество вынутых банок.

$$(16 - x)mg = 2(F_n - Mg)$$

Тогда $x = 16 - 2(9 - 4)$

$$x = 6.$$

Ответ: 6 банок.

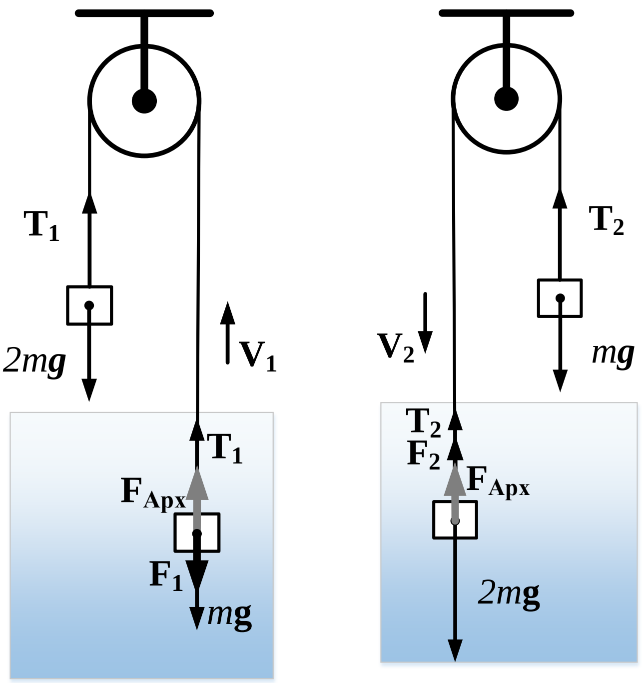
3. От пристани «Школьная» до пристани «Студенческая», расположенной ниже по течению реки, ходит речной трамвайчик. При отправлении семиклассница Таня уронила в речку мячик. Во сколько раз дольше, чем трамвайчик, будет плыть мячик от «Школьной» до «Студенческой»? (Таня знает, что если тем же маршрутом следует буксир с тяжёлой баржей, скорость которого (относительно воды) в *n* раз меньше скорости трамвайчика, то он затрачивает на свой путь в *k* раз больше времени, чем трамвайчик).

$$\begin{cases}(nv+u)t=S\\(v+u)kt=S\\uxt=S\end{cases}\qquad\begin{cases}(nv+u)t=uxt\\(v+u)kt=uxt\end{cases}\qquad\begin{cases}nv=u(x-1)\\kv=u(x-k)\end{cases}$$

$$\frac{n}{k}=\frac{x-1}{x-k}\qquad nx-nk=kx-k\qquad x=k\cdot\frac{n-1}{n-k}$$

Ответ: в $k\cdot\frac{n-1}{n-k}$ дольше

4. Два шарика одинаковых размеров закреплены на концах длинной, невесомой и нерастяжимой нити, перекинутой через невесомый блок. Блок неподвижно закреплён над бассейном с водой, при этом длина нити такова, что оба шарика не могут одновременно находиться в воде. Массы шариков равны m и $2m$, при этом плотность шарика массой $2m$ в три раза больше плотности воды. Определите отношение скорости установившегося движения системы, в случае, когда первый из шариков движется в воде, а второй в воздухе, к скорости установившегося движения в случае, когда второй шарик движется в воде, а первый в воздухе. Сила вязкого трения шарика о воду пропорциональна скорости движения шарика в воде, прочими потерями пренебречь.



Установившееся движение в вязкой жидкости является равномерным, т. е. происходит с постоянной скоростью. На первом рисунке показана ситуация с установившимся движением, при котором в воде движется груз массой m. При этом сила вязкого трения $F_1=\gamma V_1$, а суммы сил, действующих на каждое тело, равны нулю.

Следовательно

$$2mg=T_1,$$
$$mg+\gamma V_1=F_{\text{Арх}}+T_1.$$

Откуда $\gamma V_1=F_{\text{Арх}}+mg$ (1)

При установившемся движении груза $2m$ в воде запишем

$$mg=T_2,$$
$$2mg=F_{\text{Арх}}+T_2+\gamma V_2.$$

Откуда

$$\gamma V_2=mg-F_{\text{Арх}}.\quad (2)$$

Разделим уравнение (1) на уравнение (2)

$$\frac{V_1}{V_2}=\frac{mg+F_{\text{Арх}}}{mg-F_{\text{Арх}}}=\frac{3\rho Vg+\rho 2Vg}{3\rho Vg-\rho 2Vg}=5.$$

Ответ: $\frac{V_1}{V_2}=5.$

5. Исследователь-энтомолог наблюдает за пауком Caponia abyssinica, который плетёт паутину. Паук сначала натягивает в одной плоскости радиальные нити, которые расходятся из центра в разные стороны, соседние нити составляют друг с другом угол α=30°. Затем паук закрепляет на радиальных нитях клейкую нить, которую по спирали тянет в центр паутины. Чтобы описать этот сложный процесс, энтомолог придумал следующую модель. Допустим, что паук закрепил клейкую нить на радиальной нити на каком-то расстоянии от центра паутины. Пусть на следующей радиальной нити на том же расстоянии от центра находится "воображаемый" паук. Оба паука одновременно начинают движение в центр, но скорость движения "воображаемого" паука в 8 раз меньше. Паук, плетущий паутину, добирается до центра и переходит на следующую радиальную нить. Клейкую нить паутины он натягивает и закрепляет там, где встречается с "воображаемым" пауком. Затем процесс с участием "воображаемого" паука повторяется много раз, причём создатель паутины последовательно обходит все нити до тех пор, пока клейкая нить не закрепится в центре. Определите путь, пройденный пауком в процессе создания паутины, если первая точка крепления клейкой нити расположена на расстоянии 0,5 м от центра.

Поскольку воображаемый паук суммарно проходит только по одной нити расстояние 0,5 м, то реальный паук проходит за это же время расстояние. в 8 раз большее, то есть 4 метра.

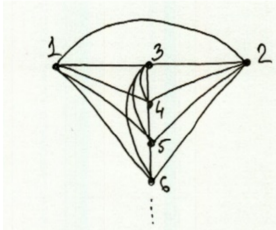
ЗАДАНИЕ ПО ФИЗИКЕ
ВАРИАНТ 7881 для 8 класса

1. В НИУ «МЭИ» проводятся «университетские субботы» – научно-познавательные лекции и занятия со школьниками. Одна из таких встреч состоялась на кафедре физики и была посвящена законам механики. При обсуждении закона всемирного тяготения школьникам задали вопрос: «Как известно, на все тела на Земле действует сила притяжения со стороны Солнца. Днём эта сила вычитается из силы притяжения тел к Земле, а ночью складывается с ней. Означает ли это, что ночью все тела на Земле весят больше, чем днём?» Сможете ли вы повторить правильный ответ, который дали будущие студенты МЭИ?

Ответ: ночью и днём все тела весят одинаково.
Сила притяжения со стороны Солнца действует не только на “взвешиваемое” тело, но и на Землю. Поэтому эта сила сообщает грузу и весам одинаковые ускорения. Следовательно, сила притяжения к Солнцу не изменяет растяжение пружины, т.е. не изменяет показания весов.
Как известно, показания весов равны нулю (сила притяжения к Земле не растягивает пружину весов), если груз вместе с весами свободно падает на Землю. Сила притяжения Солнца не растягивает пружину весов, поскольку груз и весы вместе с Землей “свободно падают” на Солнце.

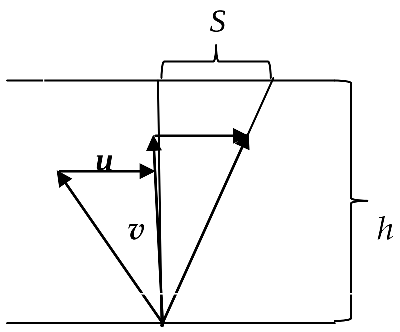
2. В деревянную доску забито 2016 гвоздей. Каждый гвоздь соединён с каждым из оставшихся 2015 гвоздей проводниками с одинаковыми сопротивлениями R_0. Определите сопротивление R_0, если сопротивление между любыми двумя гвоздями равно 1 Ом. Сопротивление гвоздей не учитывать.

Сопротивление между любыми двумя гвоздями не зависит от расположения остальных гвоздей. Если придать схеме симметричный вид (см. рис.) и подключить источник к точкам 1 и 2, то точки 3,4,5,… будут иметь одинаковые потенциалы. Поэтому сопротивления проводников между точками 3,4,5,… можно не учитывать. В результате получается параллельное соединение 2014 одинаковых ветвей, сопротивление каждой из которых равно 2 R_0, и одного проводника с сопротивлением R_0:



$$\frac{1}{R_x} = \frac{1}{R_0} + \frac{2014}{2R_0} = \frac{1008}{R_0}; \quad R_x = \frac{R_0}{1008} = 1. \; R_0 = 1008 \text{ Ом.}$$

3. Во время летних каникул восьмиклассники Петя и Катя пришли на речку и решили переплыть на другой берег к дереву, которое росло прямо напротив того места, где они стояли. Петя, борясь с течением, поплыл прямо на дерево, и доплыл до него за время $t_П$=50 с. Катя же гребла перпендикулярно течению, и доплыла до противоположного берега всего за $t_К$=30 с, но её снесло вниз по течению. Известно, что Петя и Катя плыли (относительно воды) с одной и той же скоростью. На какое расстояние от дерева снесло Катю, если ширина реки h=30 м?



Пусть u – скорость течения, v – скорость плавания

$$\begin{cases} ut_К = S \\ vt_К = h \\ \sqrt{v^2 - u^2} \cdot t_П = h \end{cases}$$

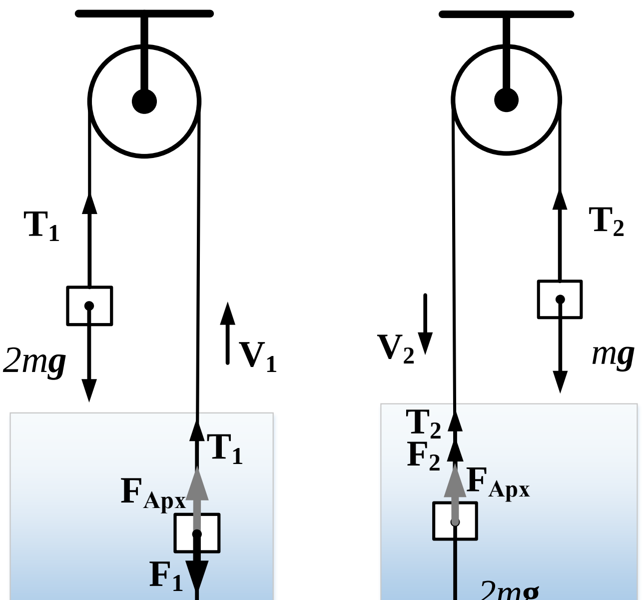
$$\left(\frac{h}{t_К}\right)^2 - \left(\frac{S}{t_К}\right)^2 = \left(\frac{h}{t_П}\right)^2$$

$$h^2\left(\frac{1}{t_К^2} - \frac{1}{t_П^2}\right) = \frac{S^2}{t_К^2}$$

$$S = h \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{t_К}{t_П}\right)^2} = 30 \cdot \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = 30 \cdot \frac{4}{5} = 24 \text{ м}$$

Ответ: $S = h \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{t_К}{t_П}\right)^2} = 24$ м

4. Два шарика одинаковых размеров закреплены на концах длинной, невесомой и нерастяжимой нити, перекинутой через невесомый блок. Блок неподвижно закреплён над бассейном с водой, при этом длина нити такова, что оба шарика не могут одновременно находиться в воде. Массы шариков равны m и $2m$, при этом плотность шарика массой $2m$ в три раза больше плотности воды. Определите отношение скорости установившегося движения системы, в случае, когда первый из шариков движется в воде, а второй в воздухе, к скорости установившегося движения в случае, когда второй шарик движется в воде, а первый в воздухе. Сила вязкого трения шарика о воду пропорциональна скорости движения шарика в воде, прочими потерями пренебречь.



Установившееся движение в вязкой жидкости является равномерным, т. е. происходит с постоянной скоростью. На первом рисунке показана ситуация с установившимся движением, при котором в воде движется груз массой m. При этом сила вязкого трения $F_1 = \gamma V_1$, а суммы сил, действующих на каждое тело, равны нулю.

Следовательно

$$2mg = T_1,$$
$$mg + \gamma V_1 = F_{Арх} + T_1.$$

Откуда $\gamma V_1 = F_{Арх} + mg$ (1)

При установившемся движении груза $2m$ в воде запишем

$$mg = T_2,$$

$$2mg = F_{Арх} + T_2 + \gamma V_2.$$

Откуда $\gamma V_2 = mg - F_{Арх}$. (2)

Разделим уравнение (1) на уравнение (2): $\frac{V_1}{V_2} = \frac{mg+F_{Арх}}{mg-F_{Арх}} = \frac{3\rho Vg+\rho 2Vg}{3\rho Vg-\rho 2Vg} = 5$. **Ответ:** $\frac{V_1}{V_2} = 5$.

5. Исследователь-энтомолог наблюдает за пауком Caponia abyssinica, который плетет паутину. Паук сначала натягивает в одной плоскости радиальные нити, которые расходятся из центра в разные стороны, соседние нити составляют друг с другом угол α=30°. Затем паук закрепляет на радиальных нитях клейкую нить, которую по спирали тянет в центр паутины. Чтобы описать этот сложный процесс, энтомолог придумал следующую модель. Допустим, что паук закрепил клейкую нить на радиальной нити на каком-то расстоянии от центра паутины. Пусть на следующей радиальной нити на том же расстоянии от центра находится "воображаемый" паук. Оба паука одновременно начинают движение в центр, но скорость движения "воображаемого" паука в 8 раз меньше. Паук, плетущий паутину, добирается до центра и переходит на следующую радиальную нить. Клейкую нить паутины он натягивает и закрепляет там, где встречается с "воображаемым" пауком. Затем процесс с участием "воображаемого" паука повторяется много раз, причем создатель паутины последовательно обходит все нити до тех пор, пока клейкая нить не закрепится в центре. Определите путь, пройденный пауком в процессе создания паутины, если первая точка крепления клейкой нити расположена на расстоянии 0,5 м от центра.

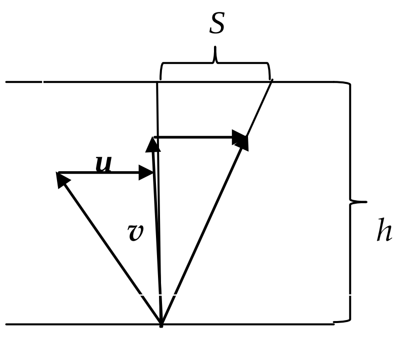
Поскольку воображаемый паук суммарно проходит только по одной нити расстояние 0,5 м, то реальный паук проходит за это же время расстояние. в 8 раз большее, то есть 4 метра.

ЗАДАНИЕ ПО ФИЗИКЕ
ВАРИАНТ 7991 для 9 класса

1. В НИУ «МЭИ» проводятся «университетские субботы» – научно-познавательные лекции и занятия со школьниками. Одна из таких встреч состоялась на кафедре физики и была посвящена законам механики. При обсуждении закона всемирного тяготения школьникам задали вопрос: «Как известно, на все тела на Земле действует сила притяжения со стороны Солнца. Днём эта сила вычитается из силы притяжения тел к Земле, а ночью складывается с ней. Означает ли это, что ночью все тела на Земле весят больше, чем днём?» Сможете ли вы повторить правильный ответ, который дали будущие студенты МЭИ?

Ответ: ночью и днём все тела весят одинаково.
Сила притяжения со стороны Солнца действует не только на “взвешиваемое” тело, но и на Землю. Поэтому эта сила сообщает грузу и весам одинаковые ускорения. Следовательно, сила притяжения к Солнцу не изменяет растяжение пружины, т.е. не изменяет показания весов.
Как известно, показания весов равны нулю (сила притяжения к Земле не растягивает пружину весов), если груз вместе с весами свободно падает на Землю. Сила притяжения Солнца не растягивает пружину весов, поскольку груз и весы вместе с Землей “свободно падают” на Солнце.

2. Во время летних каникул девятиклассники Петя и Катя пришли на речку и решили переплыть на другой берег к дереву, которое росло прямо напротив того места, где они стояли. Петя, борясь с течением, поплыл прямо на дерево, и доплыл до него за время $t_П$=50 с. Катя же гребла перпендикулярно течению, и доплыла до противоположного берега всего за $t_К$=30 с, но её снесло вниз по течению. Известно, что Петя и Катя плыли (относительно воды) с одной и той же скоростью. На какое расстояние от дерева снесло Катю, если ширина реки h=30 м?



Пусть u – скорость течения, v – скорость плавания

$$\begin{cases} ut_К = S \\ vt_К = h \\ \sqrt{v^2 - u^2} \cdot t_П = h \end{cases}$$

$$\left(\frac{h}{t_К}\right)^2 - \left(\frac{S}{t_К}\right)^2 = \left(\frac{h}{t_П}\right)^2 \qquad h^2\left(\frac{1}{t_К^2} - \frac{1}{t_П^2}\right) = \frac{S^2}{t_К^2}$$

$$S = h \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{t_К}{t_П}\right)^2} = 30 \cdot \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = 30 \cdot \frac{4}{5} = 24 \text{ м}$$

Ответ: $S = h \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{t_К}{t_П}\right)^2} = 24$ м

3. При нагревании на примусе кастрюли с некоторым количеством воды и одним яйцом на Δt градусов расходуется m = 40 г топлива. В k = 5/4 раз больше топлива расходуется при нагреве на те же Δt градусов той же кастрюли на том же примусе с тем же количеством воды и двумя яйцами. Сколько граммов топлива потребуется для нагрева на те же Δt градусов на том же примусе той же кастрюли с тем же количеством воды без яиц? Во всех трёх процессах кипение воды не происходит.

Решение

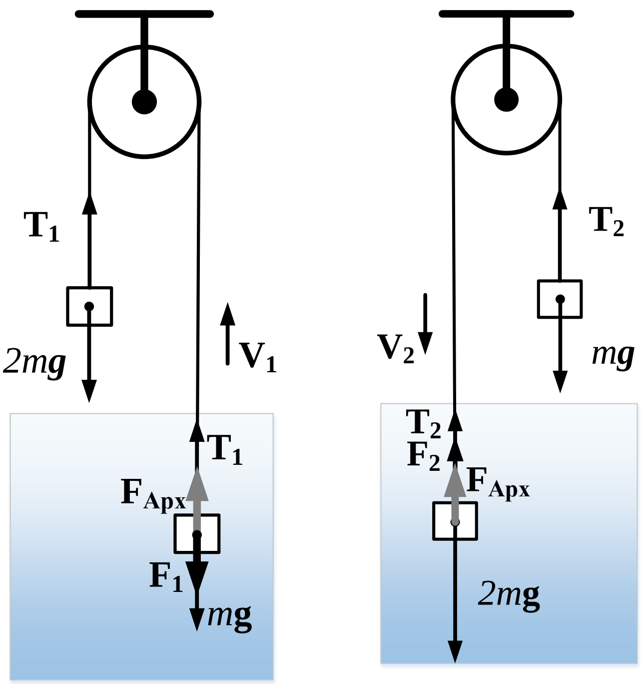
$$\begin{cases}\left(c_в m_в + c_я m_я\right)\Delta t = qm\\ \left(c_в m_в + 2c_я m_я\right)\Delta t = kqm\\ c_в m_в \Delta t = xqm\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xQ + a = Q\\ xQ + 2a = kQ\end{cases} \Rightarrow \frac{a}{2a} = \frac{Q(1-x)}{Q(k-x)} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1-x}{k-x}$$

$$k - x = 2 - 2x \Rightarrow x = 2 - k$$

$$M = xm = (2-k)m = \left(2 - \frac{5}{4}\right)\cdot 40 = \frac{3}{4}\cdot 40 = 30$$

Ответ: $M = (2-k)m = 30$ г

4. Два шарика одинаковых размеров закреплены на концах длинной, невесомой и нерастяжимой нити, перекинутой через невесомый блок. Блок неподвижно закреплён над бассейном с водой, при этом длина нити такова, что оба шарика не могут одновременно находиться в воде. Массы шариков равны m и $2m$, при этом плотность шарика массой $2m$ в три раза больше плотности воды. Определите отношение скорости установившегося движения системы, в случае, когда первый из шариков движется в воде, а второй в воздухе, к скорости установившегося движения в случае, когда второй шарик движется в воде, а первый в воздухе. Сила вязкого трения шарика о воду пропорциональна скорости движения шарика в воде, прочими потерями пренебречь.



Установившееся движение в вязкой жидкости является равномерным, т. е. происходит с постоянной скоростью. На первом рисунке показана ситуация с установившимся движением, при котором в воде движется груз массой m. При этом сила вязкого трения $F_1 = \gamma V_1$, а суммы сил, действующих на каждое тело, равны нулю.

Следовательно

$$2mg = T_1,$$
$$mg + \gamma V_1 = F_{\text{Арх}} + T_1.$$

Откуда $\gamma V_1 = F_{\text{Арх}} + mg$ (1)

При установившемся движении груза $2m$ в воде запишем

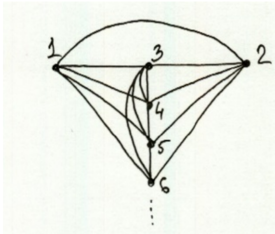
$$mg = T_2,$$

$$2mg = F_{\text{Арх}} + T_2 + \gamma V_2.$$

Откуда $\gamma V_2 = mg - F_{\text{Арх}}$. (2)

Разделим уравнение (1) на уравнение (2): $\frac{V_1}{V_2} = \frac{mg + F_{\text{Арх}}}{mg - F_{\text{Арх}}} = \frac{3\rho V g + \rho 2 V g}{3\rho V g - \rho 2 V g} = 5.$ **Ответ:** $\frac{V_1}{V_2} = 5.$

5. В деревянную доску забито 2016 гвоздей. Каждый гвоздь соединён с каждым из оставшихся 2015 гвоздей проводниками с одинаковыми сопротивлениями. Сопротивление электрической цепи между любыми двумя гвоздями равно 1 Ом. Клеммы идеального источника с напряжением 20,16 В подключают к первому и 2016-му гвоздям. Какое количество теплоты выделится в проводнике, соединяющем эти гвозди, за 100 секунд? Сопротивление гвоздей не учитывать.



Сопротивление между любыми двумя гвоздями не зависит от расположения остальных гвоздей. Если придать схеме симметричный вид (см. рис.) и подключить источник к точкам 1 и 2, то точки 3,4,5,… будут иметь одинаковые потенциалы. Поэтому сопротивления проводников между точками 3,4,5,… можно не учитывать. В результате получается параллельное соединение 2014 одинаковых ветвей, сопротивление каждой из которых равно 2 R_0, и одного проводника с сопротивлением R_0:

$$\frac{1}{R_x} = \frac{1}{R_0} + \frac{2014}{2R_0} = \frac{1008}{R_0}; \quad R_x = \frac{R_0}{1008} = 1; \quad R_0 = 1008 \text{ Ом}.$$

Количество теплоты, которое выделяется в цепи, будет определяться как

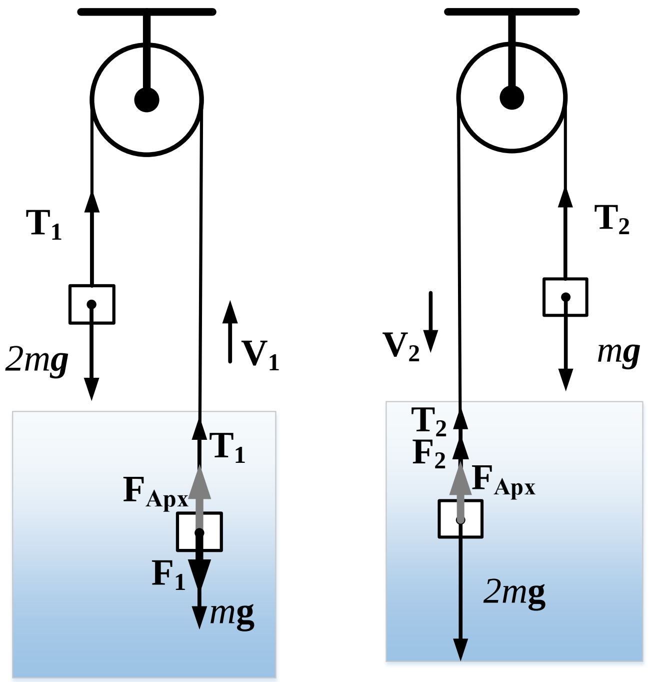
$$Q = \frac{U^2}{R_0}\Delta t = \frac{20{,}16^2 \cdot 100}{1008} = 40{,}32 \text{ Дж}.$$

ЗАДАНИЕ ПО ФИЗИКЕ
ВАРИАНТ 7101 для 10 класса

1. Заключительный этап олимпиады «Надежда энергетики» проходит в Главном учебном корпусе НИУ «МЭИ», который был построен в 1946 году. На входе в здание установлены массивные двустворчатые дубовые двери (каждая створка высотой 3,5 м, шириной 0,7 м и массой 100 кг). Двери открываются в обе стороны и возвращаются в положение равновесия пружинами. Минимальная сила, которой можно удержать дверь в открытом положении, составляет $F_1 = 80$ Н. Сможет ли девушка войти в здание без посторонней помощи, если она способна приложить к двери максимальную силу $F_2 = 40$ Н? Трением в петлях дверей пренебречь. Объясните свой ответ.

Чтобы открыть дверь и войти в здание, можно раскачать её, воспользовавшись условием возникновения резонанса при вынужденных колебаниях.

2. Два шарика одинаковых размеров закреплены на концах длинной, невесомой и нерастяжимой нити, перекинутой через невесомый блок. Блок неподвижно закреплён над бассейном с водой, при этом длина нити такова, что оба шарика не могут одновременно находиться в воде. Массы шариков равны m и $2m$, при этом плотность шарика массой $2m$ в три раза больше плотности воды. Определите отношение скорости установившегося движения системы, в случае, когда первый из шариков движется в воде, а второй в воздухе, к скорости установившегося движения в случае, когда второй шарик движется в воде, а первый в воздухе. Сила вязкого трения шарика о воду пропорциональна скорости движения шарика в воде, прочими потерями пренебречь.



Установившееся движение в вязкой жидкости является равномерным, т. е. происходит с постоянной скоростью. На первом рисунке показана ситуация с установившимся движением, при котором в воде движется груз массой m. При этом сила вязкого трения равна $F_1 = \gamma V_1$ и суммы сил, действующих на каждое тело, равны нулю. Следовательно $2mg = T_1$, $mg + \gamma V_1 = F_{\text{Арх}} + T_1$. Откуда

$$\gamma V_1 = F_{\text{Арх}} + mg. \quad (1)$$

При установившемся движении груза 2m в воде запишем

$$mg = T_2, \qquad 2mg = F_{\text{Арх}} + T_2 + \gamma V_2.$$

Откуда

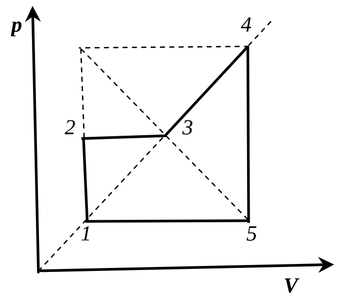
$$\gamma V_2 = mg - F_{\text{Арх}}. \quad (2)$$

Разделим уравнение (1) на уравнение (2)

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{mg + F_{\text{Арх}}}{mg - F_{\text{Арх}}} = \frac{3\rho V g + \rho 2 V g}{3\rho V g - \rho 2 V g} = 5.$$

Ответ: $\frac{V_1}{V_2} = 5.$

3. Тепловая машина, рабочим телом которой является идеальный одноатомный газ, работает по циклу *1-2-3-4-5-1*, показанному на рисунке. Известно, что максимальная температура газа, достигаемая в цикле, в 6,25 раз больше минимальной. Найдите к.п.д. цикла.



Введём следующие обозначения:

Q^- = Q^-_{451}- модуль тепла, отданного холодильнику, A – работа цикла. Тогда

$$\eta = \frac{A}{A+Q^-}$$

Из рисунка очевидно, что $\frac{p_4}{p_1} = \frac{V_4}{V_1}$ и $A = \frac{5}{8}\Delta p \Delta V$.

Используя

$$\begin{cases} p_1V_1 = \nu R T_1 \\ p_4V_4 = \nu R T_4 \end{cases}$$

получим $\frac{p_4V_4}{p_1V_1} = \left(\frac{p_4}{p_1}\right)^2 = \left(\frac{V_4}{V_1}\right)^2 = \frac{T_4}{T_1} = 6.25 = \left(\frac{5}{2}\right)^2.$

Тогда $\Delta p = \frac{3}{2}p_1, \quad \Delta V = \frac{3}{2}V_1$

$$A = \frac{5}{8}\cdot\frac{9}{4}\cdot p_1V_1 = \frac{45}{32}\cdot p_1V_1$$

$$Q^- = \frac{3}{2}V_4\Delta p + \frac{5}{2}p_1\Delta V = \frac{3}{2}\cdot\frac{5}{2}V_1\cdot\frac{3}{2}p_1 + \frac{5}{2}\cdot p_1\cdot\frac{3}{2}V_1 = \frac{75}{8}p_1V_1 \quad .$$

$$\eta = \frac{A}{A+Q^-} = \frac{45}{32\cdot\left(\frac{45}{32}+\frac{75}{8}\right)} = \frac{45}{345} = \frac{3}{23} \approx 13\ \%$$

Ответ: $\eta = \frac{3}{23} \approx 13\ \%$

4. Между обкладками плоского конденсатора, находящимися в вакууме, перпендикулярно к ним расположена гладкая стеклянная трубочка, внутри которой может свободно передвигаться полый металлический шарик массой m = 0,0002 г и радиусом r = 0,5 мм. В начальный момент времени шарик контактирует с одной из обкладок. Конденсатор подключают к источнику постоянного напряжения U = 2 кВ. Определите среднюю силу тока, который возникнет в такой цепи, если расстояние между обкладками равно d = 0,5 см. Удары шарика об обкладки можно считать мгновенными и абсолютно неупругими, поляризацией стекла можно пренебречь.

В начальный момент времени шарик начнёт движение в сторону дальней от него обкладки. Коснувшись обкладки, шарик приобретёт заряд соответствующего знака и начнёт обратное движение.

Расстояние $d-2r$ шарик в однородном электрическом поле проходит равноускорено с ускорением $a=\frac{qE}{m}$, где q – заряд, который приобретает шарик при касании обкладки, E – напряжённость однородного электрического поля, величина которой в плоском конденсаторе равна $E=\frac{U}{d}$.

Величина заряда шарика может быть найдена из формулы для потенциала шарика $\varphi=k\frac{q}{r}$, который равен потенциалу соответствующей обкладки. Таким образом, шарик формально переносит заряд только с обкладки, имеющей ненулевой потенциал в сторону обкладки с нулевым потенциалом. Такой обкладкой считается та, к которой подключён отрицательный зажим источника напряжения. Физически же переносится только отрицательный заряд. Если шарик у отрицательной обкладки зарядился зарядом –q, то при касании положительной обкладки его заряд станет равным + q, т.е. шарик отдаст положительной обкладке заряд, равный по величине $2q$. Если принять потенциал отрицательной обкладки равным 0, то $\varphi=U$. Поскольку $d-2r=\frac{at^2}{2}=\frac{qEt^2}{2m}=\frac{qUt^2}{2md}\Rightarrow t=\sqrt{\frac{2md(d-2r)}{qU}}=\sqrt{\frac{2mdk(d-2r)}{rU^2}}$.

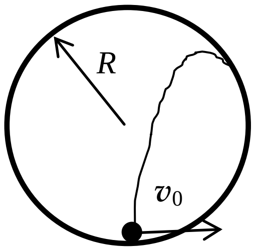
Теперь запишем определение силы тока для нашего случая, где за время движения шарика от отрицательной обкладки к положительной переносится заряд $2q$

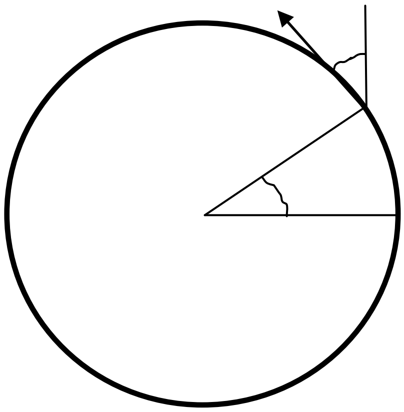
$$I=\frac{2q}{t}=\frac{2Ur}{k\sqrt{\frac{2mdk(d-2r)}{rU^2}}}=\frac{2U^2r^{\frac{3}{2}}}{k\sqrt{2mdk(d-2r)}}$$

$$=\frac{2\cdot 4\cdot 10^6\cdot 5\cdot 10^{-4}\sqrt{5\cdot 10^{-4}}}{9\cdot 10^9\sqrt{2\cdot 2\cdot 10^{-7}\cdot 5\cdot 10^{-3}\cdot 9\cdot 10^9\cdot 4\cdot 10^{-3}}}\approx 37\text{ нА}.$$

Ответ: $I\approx 37$ нА.

5. В гладком кольцеобразном жёлобе, расположенном в вертикальной плоскости, находится маленький шарик. Шарику, находящемуся в положении равновесия, сообщили такую горизонтальную скорость, что после отрыва от жёлоба в некоторой точке он упал на жёлоб в точке старта (см. рис.). Найдите угол между скоростью шарика и вертикалью в момент отрыва от поверхности жёлоба.





$$\begin{cases} v sin\alpha \cdot t = R cos\alpha \\ v cos\alpha \cdot t - \dfrac{gt^2}{2} = -R(1 + sin\alpha) \\ m\dfrac{v^2}{R} = mg \cdot sin\alpha \end{cases}$$

$$t = \frac{R}{v} \cdot \frac{cos\alpha}{sin\alpha}, \ \frac{gR}{v^2} = \frac{1}{sin\alpha}$$

$$v cos\alpha \cdot \frac{R}{v} \cdot \frac{cos\alpha}{sin\alpha} - \frac{g}{2} \cdot \frac{R^2}{v^2} \cdot \frac{cos^2\alpha}{sin^2\alpha} = -R(1 + sin\alpha)$$

$$\frac{cos^2\alpha}{sin\alpha} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{sin\alpha} \cdot \frac{cos^2\alpha}{sin^2\alpha} = -1 - sin\alpha$$

$$2sin^2\alpha \cdot cos^2\alpha - cos^2\alpha = -2sin^3\alpha - 2sin^4\alpha$$

$$2sin^2\alpha - 2sin^4\alpha - 1 + sin^2\alpha = -2sin^3\alpha - 2sin^4\alpha$$

$$2sin^3\alpha + 3sin^2\alpha - 1 = 0$$

$$sin\alpha = x$$

$$2x^3 + 3x^2 - 1 = 0$$

$$2x^2(x + 1) + x^2 - 1 = 0$$

$$(x + 1)(2x^2 - x + 1) = 0$$

$$(x + 1)^2(2x - 1) = 0$$

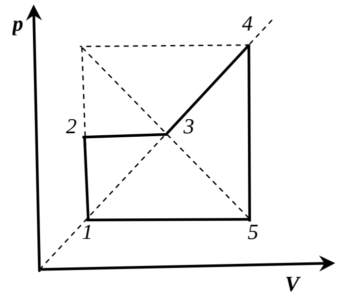
$$x = \frac{1}{2}, \quad (x \neq -1), \qquad \text{Ответ: } \alpha = 30^\circ$$

ЗАДАНИЕ ПО ФИЗИКЕ
ВАРИАНТ 7111 для 11 класса

1. Заключительный этап олимпиады «Надежда энергетики» проходит в Главном учебном корпусе НИУ «МЭИ», который был построен в 1946 году. На входе в здание установлены массивные двустворчатые дубовые двери (каждая створка высотой 3,5 м, шириной 0,7 м и массой 100 кг). Двери открываются в обе стороны и возвращаются в положение равновесия пружинами. Минимальная сила, которой можно удержать дверь в открытом положении, составляет F_1 = 80 Н. Сможет ли девушка войти в здание без посторонней помощи, если она способна приложить к двери максимальную силу F_2 = 40 Н? Трением в петлях дверей пренебречь. Объясните свой ответ.

Чтобы открыть дверь и войти в здание, можно раскачать её, воспользовавшись условием возникновения резонанса при вынужденных колебаниях.

2. Тепловая машина, рабочим телом которой является идеальный одноатомный газ, работает по циклу *1-2-3-4-5-1*, показанному на рисунке. Известно, что максимальная температура газа, достигаемая в цикле, в 6,25 раз больше минимальной. Найдите к.п.д. цикла.



Введём следующие обозначения:

Q^- = Q^-_{451} - модуль тепла, отданного холодильнику, A – работа цикла. Тогда

$$\eta = \frac{A}{A + Q^-}$$

Из рисунка очевидно, что $\frac{p_4}{p_1} = \frac{V_4}{V_1}$ и $A = \frac{5}{8}\Delta p \Delta V$.

Используя

$$\begin{cases} p_1V_1 = \nu RT_1 \\ p_4V_4 = \nu RT_4 \end{cases}$$

получим $\frac{p_4V_4}{p_1V_1} = \left(\frac{p_4}{p_1}\right)^2 = \left(\frac{V_4}{V_1}\right)^2 = \frac{T_4}{T_1} = 6.25 = \left(\frac{5}{2}\right)^2.$

Тогда $\Delta p = \frac{3}{2}p_1, \quad \Delta V = \frac{3}{2}V_1$

$$A = \frac{5}{8} \cdot \frac{9}{4} \cdot p_1V_1 = \frac{45}{32} \cdot p_1V_1$$

$$Q^- = \frac{3}{2}V_4\Delta p + \frac{5}{2}p_1\Delta V = \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{2}V_1 \cdot \frac{3}{2}p_1 + \frac{5}{2} \cdot p_1 \cdot \frac{3}{2}V_1 = \frac{75}{8}p_1V_1 \quad .$$

$$\eta = \frac{A}{A + Q^-} = \frac{45}{32 \cdot \left(\frac{45}{32} + \frac{75}{8}\right)} = \frac{45}{345} = \frac{3}{23} \approx 13~\%$$

Ответ: $\eta = \frac{3}{23} \approx 13~\%$

3. Частица с зарядом *q* и массой *m* в момент времени $t = 0$ начинает движение в магнитном поле таким образом, что её координаты (*x, y, z*) в любой момент времени удовлетворяют условиям: $x^2 + y^2 = b^2, \quad z = k \cdot t$, где *b* и *k* – известные постоянные. Скорость частицы в любой момент времени направлена под углом $45°$ к линиям магнитной индукции. Определите величину магнитной индукции. Силой тяжести можно пренебречь.

Частица движется по винтовой линии. Закон движения частицы имеет вид:

$$\begin{cases} x = b\cos\omega t \\ y = b\sin\omega t \\ z = k\cdot t \end{cases}, \quad \text{где b -радиус окружности.}$$

Поскольку $R = \dfrac{m\,v sin\alpha}{qB}$, а $v sin\alpha = v cos\alpha = k$, то $B = \dfrac{m\,v sin\alpha}{qR} = \dfrac{mk}{qb}$.

4. Между обкладками плоского конденсатора, находящимися в вакууме, перпендикулярно к ним расположена гладкая стеклянная трубочка, внутри которой может свободно передвигаться полый металлический шарик массой *m* = 0,0002 г и радиусом *r* = 0,5 мм. В начальный момент времени шарик контактирует с одной из обкладок. Конденсатор подключают к источнику постоянного напряжения *U* = 2 кВ. Определите среднюю силу тока, который возникнет в такой цепи, если расстояние между обкладками равно *d* = 0,5 см. Удары шарика об обкладки можно считать мгновенными и абсолютно неупругими, поляризационными эффектами можно пренебречь.

В начальный момент времени шарик начнёт движение в сторону дальней от него обкладки. Коснувшись обкладки, шарик приобретёт заряд соответствующего знака и начнёт обратное движение.

Расстояние $d - 2r$ шарик в однородном электрическом поле проходит равноускорено с ускорением $a = \frac{qE}{m}$, где q – заряд, который приобретает шарик при касании обкладки, E – напряжённость однородного электрического поля, величина которой в плоском конденсаторе равна $E = \frac{U}{d}$.

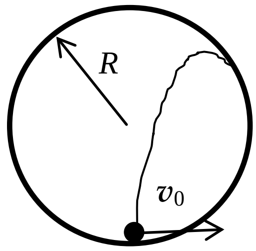
Величина заряда шарика может быть найдена из формулы для потенциала шарика $\varphi = k\frac{q}{r}$, который равен потенциалу соответствующей обкладки. Таким образом, шарик формально переносит заряд только с обкладки, имеющей ненулевой потенциал в сторону обкладки с нулевым потенциалом. Такой обкладкой считается та, к которой подключён отрицательный зажим источника напряжения. Физически же переносится только отрицательный заряд. Если шарик у отрицательной обкладки зарядился зарядом $-q$, то при касании положительной обкладки его заряд станет равным $+q$, т.е. шарик отдаст положительной обкладке заряд, равный по величине $2q$. Если принять потенциал отрицательной обкладки равным 0, то $\varphi = U$. Поскольку $d - 2r = \frac{at^2}{2} = \frac{qEt^2}{2m} = \frac{qUt^2}{2md} \Longrightarrow t = \sqrt{\frac{2md(d-2r)}{qU}} = \sqrt{\frac{2mdk(d-2r)}{rU^2}}$.

Теперь запишем определение силы тока для нашего случая, где за время движения шарика от отрицательной обкладки к положительной переносится заряд $2q$

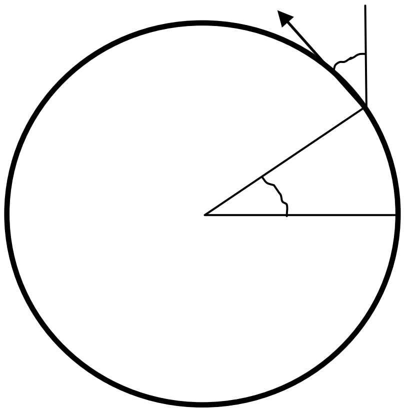
$$I = \frac{2q}{t} = \frac{2Ur}{k\sqrt{\frac{2mdk(d-2r)}{rU^2}}} = \frac{2U^2 r^{\frac{3}{2}}}{k\sqrt{2mdk(d-2r)}}$$
$$= \frac{2\cdot 4\cdot 10^6\cdot 5\cdot 10^{-4}\sqrt{5\cdot 10^{-4}}}{9\cdot 10^9\sqrt{2\cdot 2\cdot 10^{-7}\cdot 5\cdot 10^{-3}\cdot 9\cdot 10^9\cdot 4\cdot 10^{-3}}} \approx 37 \text{ нА.}$$

Ответ: $I \approx 37$ нА.

5. В гладком кольцеобразном жёлобе, расположенном в вертикальной плоскости, находится маленький шарик. Шарику, находящемуся в положении равновесия, сообщили такую горизонтальную скорость, что после отрыва от жёлоба в некоторой точке он упал на жёлоб в точке старта (см. рис.). Найдите угол между скоростью шарика и вертикалью в момент отрыва от поверхности жёлоба.



Решение



$$\begin{cases} v sin\alpha \cdot t = R cos\alpha \\ v cos\alpha \cdot t - \dfrac{gt^2}{2} = -R(1 + sin\alpha) \\ m\dfrac{v^2}{R} = mg \cdot sin\alpha \end{cases}$$

$$t = \frac{R}{v} \cdot \frac{cos\alpha}{sin\alpha}, \ \frac{gR}{v^2} = \frac{1}{sin\alpha}$$

$$v cos\alpha \cdot \frac{R}{v} \cdot \frac{cos\alpha}{sin\alpha} - \frac{g}{2} \cdot \frac{R^2}{v^2} \cdot \frac{cos^2\alpha}{sin^2\alpha} = -R(1 + sin\alpha)$$

$$\frac{cos^2\alpha}{sin\alpha} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{sin\alpha} \cdot \frac{cos^2\alpha}{sin^2\alpha} = -1 - sin\alpha$$

$$2sin^2\alpha \cdot cos^2\alpha - cos^2\alpha = -2sin^3\alpha - 2sin^4\alpha$$

$$2sin^2\alpha - 2sin^4\alpha - 1 + sin^2\alpha = -2sin^3\alpha - 2sin^4\alpha$$

$$2sin^3\alpha + 3sin^2\alpha - 1 = 0$$

$$sin\alpha = x$$

$$2x^3 + 3x^2 - 1 = 0$$

$$2x^2(x + 1) + x^2 - 1 = 0$$

$$(x + 1)(2x^2 - x + 1) = 0$$

$$(x + 1)^2(2x - 1) = 0$$

$$x = \frac{1}{2}, \quad (x \neq -1), \qquad \text{Ответ: } \alpha = 30^\circ$$