

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

Вариант 17071 для 7 класса

1. Если на педсовете Марья Ивановна сидит ВКонтакте, то Иван Ильич и Александра Варфоломеевна тоже сидят ВКонтакте. Этот факт директор знает давно. Также ему известно следующее. Только один из двух – Александра Варфоломеевна или Петр Петрович – сидит ВКонтакте. Хотя бы один из двух других – Ивана Ильича и Марьи Ивановны – сидит ВКонтакте. Также известно, что Петр Петрович и Иван Ильич либо оба сидят, либо оба не сидят ВКонтакте. Пользуясь только этими четырьмя верными утверждениями, директор без труда определяет, кто на педсовете сидит ВКонтакте. Сможете ли Вы? Не забудьте обосновать однозначность ответа.

Ответ. ВКонтакте сидят Петр Петрович и Иван Ильич.

2. Какой цифрой оканчивается значение суммы $2019^{2020} + 2020^{2019}$?

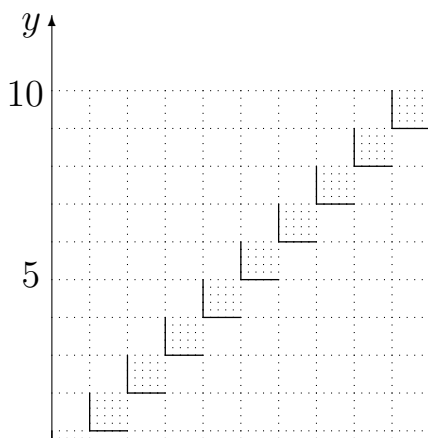
Ответ. Цифрой 1.

3. На координатной плоскости выделен квадрат K с вершинами в точках $(0, 0)$ и $(10, 10)$. Изобразите внутри этого квадрата множество M точек (x, y) , координаты которых удовлетворяют уравнению

$$[x] = [y],$$

где $[a]$ обозначает целую часть числа a (то есть наибольшее целое число, не превосходящее a ; например, $[10] = 10$, $[9,93] = 9$, $[1/9] = 0$, $[-1,7] = -2$). Какую часть площади квадрата K составляет площадь множества M ?

Ответ представлен точечной штриховкой на рисунке ниже (левые и нижние границы включены в M , правые и верхние — нет). Площадь множества M составляет 10% площади квадрата K .



4. В современных условиях считается актуальной *цифровизация* — перевод всей информации в цифровой код. Каждой букве алфавита можно поставить в соответствие неотрицательно целое число, называемое *кодом буквы*. Тогда можно определить *вес слова* как сумму кодов всех букв данного слова. Можно ли закодировать буквы Е, О, С, Т, Ш, Ь элементарными кодами, состоящими каждый из одной цифры от 0 до 9 так, чтобы вес слова «СТО» был бы не меньше веса слова «ШЕСТЬСОТ»? Если такое кодирование возможно, то сколькими способами его можно осуществить? Если такое кодирование возможно, то допускает ли оно однозначное восстановление слова по его коду?

Ответ. Неравенство для весов выполняется тогда и только тогда, когда $k(Ш) = k(Е) = k(С) = k(Т) = k(Ь) = 0$.

Имеется ровно 10 способов такого кодирования.

При любом из них однозначное декодирование невозможно.

5. За 10 минут Женя съедает 5 ватрушек с творогом, а Саша — только 3. В субботу все испеченные ватрушки достались Жене, а в воскресенье — Саше. При этом всего было съедено 70 ватрушек ровно за три часа чистого времени. Сколько ватрушек с творогом досталось каждому из детей?

Ответ. Жене досталось 40 ватрушек, Саше — 30.