Примеры вариантов отборочного этапа Олимпиады школьников "Надежда энергетики" по предмету «математика» (2019/2020).

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 11111 для 11 класса

1. Некоторый параметр технологического процесса в области энергетики изменяется во времени по закону

$$p(t) = \frac{81^t + 9^t + 5}{(9^t + 1)^2}.$$

С точки зрения безопасности важно, чтобы его значения не опускались ниже известного порога. Найдите наименьшее значение параметра $p(t)$ или докажите, что его не существует.

2. На куске электрокабеля, свернутом и запаянном в виде окружности радиуса R, расположены три клеммы, образующие равнобедренный треугольник. Основание этого треугольника находится на расстоянии c от центра окружности.

1) Найдите длины сторон и площадь треугольника.

2) Над этим треугольником монтируют кожух в виде прямой призмы высоты h. Найдите объем кожуха.

3. Числа $\cos\alpha$, $\sin\alpha$, $0,5\operatorname{tg}\alpha$ являются первыми тремя членами геометрической прогрессии. Найдите эти числа и следующий член прогрессии. Выясните, является ли число $1/486$ членом указанной прогрессии и, если это так, найдите его номер.

4. Обозначим как $S_n(x_1, \ldots, x_n) = (x_1 + \cdots + x_n)/n$ среднее арифметическое n чисел $x_1, \ldots, x_n$. Пусть $n \geq 2$ и $1 \leq m < n$. Найдите числа $c_1, \ldots, c_m$ такие, что

$$S_n(x_1, \ldots, x_n) = S_m(x_1 + \cdots + x_n + c_1, \ldots, x_1 + \ldots + x_n + c_m).$$

Однозначно ли они определяются?

5. Целая часть $[x]$ действительного числа x — это наибольшее целое число m такое, что $m \leq x$, например, $[5/4] = 1$, $[\pi] = 3$, $[-3/4] = -1$, $[2] = 2$. Решите уравнение с двумя неизвестными

$$\left[\frac{x + |x - y|}{2}\right] = x.$$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Отборочный этап. Очная форма.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 12114 для 11 класса

1. Найдите остаток от деления многочлена

$$x^{2019} - 2x^{2018} + 3x^{2017} - \ldots - 2018x^2 + 2019x$$

на многочлен $x^3 - x$.

2. При всевозможных значениях параметра p рассмотрим уравнение

$$\sin x = p\cos^2 x.$$

А) Найдите все значения p, при которых корнем уравнения является число $\alpha = 2020\pi$.

Б) Решите уравнение для всех допустимых значений параметра p.

3. Фрекен Бок, Малыш и Карлсон купили 1 кг конфет. Могут ли они разделить конфеты так, чтобы один получил $1/2$ от доли остальных, второй – $1/3$ от доли остальных, а третий – $1/6$ от доли остальных? Либо найдите соответствующие количества конфет, либо докажите невозможность описанного дележа.

4. Дана прямоугольная трапеция $ABCD$ с основаниями $AD = a$ и $BC = 2a$. Высота трапеции равна $3a$. Определите (и обоснуйте!), существует ли внутри трапеции точка O такая, что лучи OA, OB, OC и OD делят полный угол вокруг точки O на четыре равные части.

Если такая точка О существует, то найдите наименее возможный объем пирамиды с высотой длины a, выходящей из точки О. Основание пирамиды — эта трапеция. Если такой точки О не существует, найдите наименее возможный объем прямой призмы высоты a, основанием которой является эта трапеция.

5. Пончик и Сиропчик разрезали круглый вечерний торт на 33 дольки (сходящиеся в центре) и по очереди съедают либо одну, либо две соседние дольки (на свое усмотрение). Тот, кто съест последнюю дольку, получает призовую коврижку. Начинает Пончик (так выпал жребий). Кто из коротышек может гарантированно получить коврижку? Опишите (и обоснуйте) его выигрышную стратегию.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 13111 для 11 класса

1. Пренебрежение законами свободного рынка может делать бизнес неустойчивым и вести к разорению одного из участников. Так, нефтяная компания «Сверхжадность» вела дело следующим образом. Получив за месяц прибыль, компания увеличивала добычу и повышала цену, чтобы в следующем месяце получить еще бо́льшую прибыль. Однако спрос снижался, и компания терпела убытки (получала отрицательную прибыль). В следующtм за этим месяце компания сокращала добычу и снижала цену, спрос возрастал, и возрастала прибыль. В последующие два месяца аналогичный эффект повторялся. При этом прибыль в j-й месяц описывается формулой

$$a_j = (-1)^j(3j-2), \quad j = 0, 1, 2, \ldots$$

Найдите суммарную прибыль $S_n = a_0 + a_1 + \cdots + a_n$ этой компании за n месяцев ($n = 0, 1, 2, \ldots$).

2. Два космических аппарата движутся в одной плоскости каждый по своей орбите. Орбиты задаваются уравнениями

$$x = 2x^2 + 2y^2 \quad \text{и} \quad 16x^2 + 32y + 16y^2 = 1.$$

Найдите все возможные значения, которое может принимать рассстояние между этими аппаратами. Могут ли аппараты столкнуться?

3. Изобразите на координатной плоскости все решения (x, y) системы уравнений с двумя неизвестными x, y и параметром p.

$$\begin{cases} 2^x & = & 4^{py}, \\ 2^{py} & = & 4^x. \end{cases}$$

4. Вершина A треугольника ABC соединена отрезком с центром описанной окружности O. Из вершины A проведена высота AH. Докажите, что $\angle BAH = \angle OAC$.

5. Докажите, что $\sqrt{\underbrace{222\ldots222}_{2020 \text{ раз}} - \underbrace{444\ldots444}_{1010 \text{ раз}}} = \sqrt{2} \cdot \underbrace{333\ldots333}_{1010 \text{ раз}}.$

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 11102 для 10 класса

1. В одном теплоэнергетическом процессе температура зависит от некоторого параметра p по закону

$$T(p) = \frac{2p^4 + 13p^2 + 18}{(p^2+3)^2}.$$

С точки зрения безопасности важно, чтобы температура не поднималась выше известного порога. Найдите наибольшее значение функции $T(p)$ или докажите, что его не существует.

2. Кусок электрокабеля свернут и запаян в виде окружности диаметра d. На нем находятся клеммы A, B, C. Диаметр окружности, проходящий через точку C, перпендикулярен хорде AB и пересекает эту хорду в точке N. Расстояние между точкой N и центром окружности равно e.

1) Найдите суммарную длину хорд AB, AC и BC.

2) Над хордами монтируют диэлектрические листы, образующие боковую поверхность прямой призмы высоты h. Найдите площадь боковой поверхности призмы.

3. Числа $\sin^2\alpha$, $\cos\alpha$, $\operatorname{tg}^2\alpha$ являются первыми тремя членами геометрической прогрессии. Найдите эти числа и следующий член прогрессии.

4. Обозначим как

$$S_n(x_1, \ldots, x_n) = \frac{1}{n} \cdot (x_1 + \cdots + x_n)$$

среднее арифметическое n чисел $x_1, \ldots, x_n$. Пусть $n \geq 2$ и $1 \leq m < n$. Найдите числа $c_1, \ldots, c_m$ такие, что

$$S_n(x_1, \ldots, x_n) = S_m(x_1 + \cdots + x_n + c_1, \ldots, x_1 + \ldots + x_n + c_m).$$

Однозначно ли они определяются?

5. Целая часть $[x]$ действительного числа x — это наибольшее целое число m такое, что $m \leq x$, например, $[5/4] = 1$, $[\pi] = 3$, $[-3/4] = -1$, $[2] = 2$. Решите уравнение с двумя неизвестными

$$\left[\frac{x + |x-y|}{2}\right] = y.$$

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 12103 для 10 класса

1. Найдите остаток от деления многочлена

$$x^{2020} - x^{1010} + x$$

на многочлен $x^2 - x$.

2. Для всех значений параметров a, b решите систему уравнений и найдите наименьший положительный корень обоих уравнений

$$\begin{cases} \sin x = -a\cos x, \\ \cos x = \quad b\sin x. \end{cases}$$

3. Артель из трех старателей намыла 10 кг золотого песка. Они считают, что первый должен получить 0,2 от доли остальных, второй – 0,3, а третий – 0,5 от доли остальных. Можно ли разделить песок указанным образом? Либо найдите соответствующие количества, либо докажите невозможность описанного дележа.

4. Дана равнобедренная трапеция $ABCD$ с основаниями $AD = a$ и $BC = 2a$. Длина боковой стороны равна $\sqrt{3}a$. Определите (и обоснуйте!), существует ли внутри трапеции точка O такая, что лучи OA, OB, OC и OD делят полный угол вокруг точки O на четыре равные части.

5. Пончик и Сиропчик привезли на пряничную дуэль два воза, на каждом из которых было по 2019 пряников. По условиям дуэли нужно по очереди съедать с любого воза любое количество пряников. Побежденным считается тот, кому нечего будет съесть. Начинает Пончик (так выпал жребий). Кто из коротышек может гарантированно победить? Опишите (и обоснуйте) его выигрышную пряничную стратегию.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 13103 для 10 класса

1. Пренебрежение законами свободного рынка может делать бизнес неустойчивым и вести к разорению одного из участников. Так, нефтяная компания «Сверхжадность» вела дело следующим образом. Получив за месяц прибыль, компания увеличивала добычу и повышала цену, чтобы в следующем месяце получить еще бо́льшую прибыль. Однако спрос снижался, и компания терпела убытки (получала отрицательную прибыль). В следующtм за этим месяце компания сокращала добычу и снижала цену, спрос возрастал, и возрастала прибыль. В последующие два месяца аналогичный эффект повторялся. При этом прибыль в j-й месяц описывается формулой

$$a_j = (-1)^{j+2}(j+2), \quad j = 0, 1, 2, \ldots$$

Найдите суммарную прибыль $S_n = a_0 + a_1 + \cdots + a_n$ этой компании за n месяцев ($n = 0, 1, 2, \ldots$).

2. Два стебелька водорослей дрейфуют по гладкой поверхности океана под действием ветра и течений. Один из них движется по кривой, задаваемой уравнением $x^2+2y+y^2+7/8=0$, другой — по кривой $x^2+y^2=2x$. Найдите все возможные значения расстояния между этими стебельками. Могут ли они столкнуться?

3. Пусть $X(p)$ — множество всех корней уравнения

$$\operatorname{tg}^2 x = \frac{p^2}{\sin^2 x}.$$

Найдите все p, для которых множество $X(p)$ непусто и отлично от множества $X(0)$.

4. Из произвольной точки M, лежащей внутри угла с вершиной в точке A, опущены перпендикуляры MB и MC на стороны угла. Из точки A опущен перпендикуляр AK на отрезок BC. Докажите что $\angle BAK = \angle MAC$.

5. Докажите, что $\sqrt{\underbrace{444\ldots444}_{2020\text{ раз}} - \underbrace{888\ldots888}_{1010\text{ раз}}} = \underbrace{666\ldots666}_{1010\text{ раз}}$.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 11991 для 9 класса

1. Имеется два одинаковых полностью заряженных аккумулятора для электропылесосов. В пылесосе "Вихрь" аккумулятор разряжается за 25 часов непрерывной работы, в пылесосе "Бриз" — за 35 часов. Аккумуляторы можно переставлять с одного пылесоса на другой. Какое наибольшее время непрерывной работы обоих пылесов могут обеспечить два таких аккумулятора?

2. На куске электрокабеля, свернутом и запаянном в виде окружности радиуса R, расположены три клеммы, образующие равнобедренный треугольник. Основание этого треугольника находится на расстоянии c от центра окружности. Найдите длины сторон и площадь треугольника.

3. Решите уравнение с двумя неизвестными

$$\frac{x+|x-y|}{2}=2x.$$

4. Средним арифметическим чисел $x_1,\ldots,x_n$ называется число $S_n(x_1,\ldots,x_n)=(x_1+\cdots+x_n)/n$.

Найдите числа $a_1,\ldots,a_n,b$ такие, что

$$S_{n+1}(x_1,\ldots,x_n,y)=S_2\left(S_n(a_1x_1,\ldots,a_nx_n),by\right).$$

5. Изобразите на координатной плоскости все точки $(x;y)$, удовлетворяющие условию $\sqrt{x}\cdot\sqrt{y}=1$. Найдите среди них точку, находящуюся на кратчайшем расстоянии от точки $(-1;-1)$.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 12992 для 9 класса

1. Найдите x, y, z, при которых равенство

$$\frac{x}{a-1}+\frac{y}{a}+\frac{z}{(a-1)^2}=\frac{2a^2+a-2}{a^3-2a^2+a}$$

выполняется при всех допустимых a.

2. Океанариум «По-крупному» владеет десятью экземплярами китообразных и тремя аквариумами, первый из которых вмещает 4 экземпляра, а второй и третий – по 3. Сколькими различными способами можно рассадить китообразных по аквариумам?

3. Удачливый грибник нашел более 70 грибов, но менее 100 грибов, белых и подберезовиков. Средний вес одного гриба составил 60 г. Средний вес подберезовика оказался равным 52 г, а средний вес белого гриба — 75 г. Сколько всего грибов найдено, сколько среди них белых и сколько подберезовиков?

4. Дана прямоугольная трапеция $ABCD$ с основаниями $AD = a$ и $BC = 3a$. Высота трапеции равна $2a$. Определите (и обоснуйте!), существует ли внутри трапеции точка O такая, что лучи OA, OB, OC и OD делят полный угол вокруг точки O на четыре равные части.

5. Черномор насыпал перед Людмилой триста гор самоцветов и мог бы отпустить пленницу на волю, если бы она выиграла у него в такую игру. Каждым ходом одну из гор нужно разделить на две произвольные части. Ходят по очереди, и тот, кто не может сделать очередной ход, проигрывает. Какой ход (первый или второй) должна выбрать Людмила, чтобы получить свободу, если изначально все горы разные и состоят из 1, 2, 3, …, 300 самоцветов? Не забудьте обосновать свой ответ.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Отборочный этап.Очная форма.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

ВАРИАНТ 13992 для 9 класса

1. Пренебрежение законами свободного рынка может делать бизнес неустойчивым и вести к разорению одного из участников. Так, нефтяная компания «Сверхжадность» вела дело следующим образом. Получив за месяц прибыль, компания увеличивала добычу и повышала цену, чтобы в следующем месяце получить еще бóльшую прибыль. Однако спрос снижался, и компания терпела убытки (получала отрицательную прибыль). В следующtм за этим месяце компания сокращала добычу и снижала цену, спрос возрастал, и возрастала прибыль. В последующие два месяца аналогичный эффект повторялся. При этом прибыль в j-й месяц описывается формулой

$$a_j = (-1)^j(2j-1), \quad j = 0, 1, 2, \dots$$

Найдите суммарную прибыль $S_n = a_0 + a_1 + \cdots + a_n$ этой компании за n месяцев ($n = 0, 1, 2, \dots$).

2. Найдите количество решений числового ребуса

$$\begin{array}{r} \ast\ \ast\ 0\ \ast \\ +\ \ast\ 0\ \ast\ \ast \\ \hline 3\ 0\ 0\ 1 \end{array}$$

В котором символы $\ast$ означают произвольные цифры (совпадающие или различные).

3. Изобразите на координатной плоскости все точки (x, y), удовлетворяющие системе уравнений

$$\begin{cases} x = a\,y + 1/b, \\ y = b\,x + 1/a \end{cases}$$

с двумя неизвестными x, y и заданными параметрами a, b.

4. В прямоугольнике $ABCD$ со сторонами AB длины 4 и BC длины 2 взята точка E такая, что

$$AE = 3 \cdot BE = 3 \cdot CE.$$

Найдите расстояния AE и DE.

5. Докажите, что число

$$2020^9 + 3 \cdot 2020^6 - 7 \cdot 2020^3$$

делится на 3.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 11882 для 8 класса

1. Пакет для упаковки тепловых брикетов (они заменяют дрова и уголь) вмещает два брикета. Взяли 2019 одинаковых брикетов и некоторое количество пакетов. Когда брикеты разложили, оказалось, что некоторые пакеты пусты, некоторые содержат по одному брикету (легкие пакеты), остальные — по два (полные пакеты), причем пустых пакетов столько же, сколько полных. Сколько всего пакетов было взято? Если те же 2019 брикетов упаковать так, что каждый пакет либо легкий, либо полный, то сколькими способами это можно сделать?

2. Турист прошел из села Ближние Горки в деревню Дальние Холмы и обратно из Дальних Холмов в Ближние Горки. Он шел со скоростью 10/3 км/ч, когда поднимался в гору, 5 км/ч — когда спускался с горы, и 4 км/ч — по ровному месту. Расстояние между Ближними Горками и Дальними Холмами равно 12,5 км. Какое время занял весь путь и какова средняя скорость туриста на всем пути?

3. В квадрате $ABCD$ точки E и F — середины сторон BC и CD. В треугольник AEF, имеющий площадь 9 см^2, вписана окружность. Найдите кратчайшее расстояние от вершины C до точки этой окружности. (*Окружность и прямая касаются*, если они имеют ровно одну общую точку, *точку касания. Окружность, вписанная в многоугольник*, касается каждой из его сторон. *Касательная к окружности и диаметр, проходящий через точку касания, перпендикулярны.*)

4. Средним арифметическим n чисел $x_1, \ldots, x_n$ называется число $S_n(x_1, \ldots x_n) = (x_1 + \cdots + x_n)/n$.

1) Проверьте, что $S_4(a, b, c, d) = S_2(S_2(a, b), S_2(c, d))$.

2) Верна ли формула $S_3(a, b, c) = S_2(a, S_2(b, c))$?

3) Найдите неизвестное x из уравнения $S_3(a, b, c) = S_2(a, S_2(bx, cx))$.

5. Довольно редкой является дата 20 февраля 2002 г. Её цифровая запись 20.02.2002 обладает следующими свойствами: 1) она состоит из двух одинаковых четверок цифр, 2) в каждой четверке цифры расположены симметрично, 3) различных цифр не более двух.

Найдите все даты, обладающие этими свойствами.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 12881 для 8 класса

1. Найдите x, при котором равенство

$$\frac{x}{a} - \frac{1}{a^2} + \frac{6}{a+1} = \frac{2a^2 - 5a - 1}{a^3 + a^2}$$

выполняется при всех допустимых a.

2. Авиапредприятие «Солнечная Колыма» имеет 12 вертолетов и три технические площадки, первая из которых может обслуживать 5 вертолетов, вторая – 4 и третья – 3. Сколькими различными способами можно распределить вертолеты авиапредприятия по этим площадкам для одновременного техобслуживания?

3. В классе 30 учеников. Средний рост всех учеников класса равен 165 см. Средний рост девочек равен 162 см, а средний рост мальчиков равен 172 см. Сколько в классе мальчиков и сколько девочек?

4. Треугольник имеет длины сторон 1, x и y условных единиц длины. Каждому такому треугольнику можно сопоставить точку на координатной плоскости XOY, и наоборот, каждой точке с координатами (x, y) можно сопоставить треугольник с указанными сторонами. Изобразите на плоскости XOY множество всех точек, соответствующих равнобедренным треугольникам.

5. Кощей Бессмертный обещает отпустить Василису на волю, если она выиграет у него в такую игру. Первым ходом кучу из 2019 костей можно разделить на две произвольные части. Вторым ходом на две части делят одну из двух образовавшихся куч и так далее. Ходят по очереди, и тот, кто не может сделать очередной ход, проигрывает. Какой ход (первый или второй) должна выбрать Василиса, чтобы получить свободу? Не забудьте обосновать свой ответ.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 13882 для 8 класса

1. За неделю до новогоднего парада снеговиков первый секретать заявил, что собралось уже не менее 2020 участников. «Нет, 2020 участников еще не набралось», – заявил второй секретать, порывшись в бумагах. «Только что прибыл первый снеговик!» – радостно сообщил по телесвязи комендант. Сколько же снеговиков собралось на момент этого разговора, если достоверно известно, что только одно из трех утверждений истинно?

2. Найдите количество решений числового ребуса

$$\begin{array}{r} + \begin{array}{cccc} * & * & 0 & * \\ * & 0 & * & * \end{array} \\ \hline \begin{array}{cccc} 3 & 0 & 0 & 1 \end{array} \end{array}$$

В котором символы $*$ означают произвольные цифры (совпадающие или различные).

3. Найдите все значения параметра p, при которых система уравнений

$$\begin{cases} y = x + p, \\ \sqrt{y} = \sqrt{x} + \sqrt{p} \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

Для каждого допустимого значения параметра изобразите на координатной плоскости все точки (x, y), удовлетворяющие этой системе уравнений.

4. В прямоугольнике $ABCD$ со сторонами AB длины 4 и BC длины 2 взята точка E такая, что

$$AE = 3 \cdot BE = 3 \cdot CE.$$

Найдите расстояния AE и DE.

5. Докажите, что число

$$2020^3 + 2019^3 + 3 \cdot (2020^2 + 2019^2) - 7 \cdot (2020 + 2019)$$

делится на 3.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Отборочный этап. Очная форма.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 11771 для 7 класса

1. Ящик для упаковки электробатарей вмещает три батареи. Взяли 2019 одинаковых батарей и некоторое количество ящиков. Когда батареи разложили, оказалось, что некоторые из этих ящиков остались пустыми, некоторые содержали по одной батарее (назовем эти ящики легкими), остальные — по три (полные ящики), ящиков с двумя батареями не было. При этом число пустых ящиков вдвое больше числа полных. Сколько всего ящиков было взято?

2. Турист прошел из деревни Гадюкино в село Ясное и обратно от Ясного до Гадюкино за 5,5 часов. Он шел со скоростью 3 км/ч, когда поднимался в гору, 6 км/ч — когда спускался с горы, и 4 км/ч — по ровному месту. Найдите расстояние между Ясным и Гадюкино.

3. Квадрат $ABCD$ имеет площадь 100 см^2. Точки M и N — середины его сторон BC и CD. В треугольник CMN вписана окружность, она касается отрезка MN в точке K. Найдите расстояние AK. (*Окружность и прямая касаются*, если они имеют ровно одну общую точку, она называется *точкой касания. Окружность вписана в многоугольник*, если она касается каждой из его сторон. *Касательная к окружности и диаметр, проходящий через точку касания, перпендикулярны.*)

4. Средним арифметическим чисел $x_1, \ldots, x_n$ называется число $S_n(x_1, \ldots, x_n) = (x_1 + \cdots + x_n)/n$.

1) Проверьте, что $S_4(a, b, c, d) = S_2(S_2(a, b), S_2(c, d))$.

2) Верна ли формула $S_3(a, b, c) = S_2(S_2(a, b), c)$?

3) Найдите неизвестное x из уравнения

$$S_3(a, b, c) = S_2(S_2(a, b), c + x).$$

5. Дата 2 февраля 2020 г. довольно интересна. Её цифровая запись 02.02.2020 симметрична и состоит всего лишь из двух различных цифр. Найдите количество дат в третьем тысячелетии, обладающих такими же свойствами: цифровая запись даты симметрична и содержит ровно две различные цифры. Ответ проиллюстрируйте всеми возможными примерами таких дат.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Отборочный этап. Очная форма.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 12774 для 7 класса

1. Участниками Олимпиады было использовано (и сдано) 600 листов писчей бумаги. Не менее 40% из них составили чистовики работ и не менее 30% – черновики. Какое минимальное количество использованных листов нужно взять, чтобы среди них обязательно попались как черновики, так и чистовики?

2. В левый карман школьного пиджака «Последняя надежда» помещается сразу два справочника по математике, а в правый – даже четыре справочника. Сколькими различными способами можно разместить 6 справочников по обоим карманам этого спасительного пиджака?

3. Кощей Бессмертный обещает отпустить Василису на волю, если она выиграет у него в такую игру. Первым ходом кучу из 20 костей можно разделить на две части. Вторым ходом на две части делят одну из двух образовавшихся куч и так далее. Тот, кто не может сделать очередной ход, проигрывает. Какой ход (первый или второй) должна выбрать Василиса, чтобы получить свободу? Не забудьте обосновать свой ответ.

4. Треугольник имеет длины сторон 4, x и $2y$ условных единиц длины. Каждому такому треугольнику можно сопоставить точку на координатной плоскости XOY, и наоборот, каждой точке с координатами (x, y) можно сопоставить треугольник с указанными сторонами. Изобразите на плоскости XOY множество всех точек, соответствующих равнобедренным треугольникам.

5. Будущий открыватель земных недр, собираясь позавтракать, увидел на электронных часах (с секундами) время 12:33:21 и тут же задумался, сколько таких моментов-палиндромов (читаемых одинаково справа налево и слева направо) бывает в сутках. Попробуйте найти ответ на этот вопрос.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 13774 для 7 класса

Решить задачу – это вывести, а не угадать ответ! Объяснить решение – это не только дать ответ. Решение должно содержать логическое обоснование всех его этапов с формулировкой предположений и выводов.

1. За неделю до новогоднего парада снеговиков первый секретать заявил, что собралось еще менее 2020 участников. «Нет, 2020 участников уже здесь.» – заявил второй секретать, порывшись в бумагах. «Только что прибыл первый снеговик!» – радостно сообщил по телесвязи комендант. Сколько же снеговиков собралось на момент этого разговора, если достоверно известно, что только одно из трех утверждений истинно?

2. В соревнованиях по зимним видам спорта «Прогони пургу!» участвуют 110 детей. Докажите, что среди них можно найти либо 11 детей, занимающихся одним и тем же видом спорта, либо 11 детей, занимающихся одиннадцатью разными дисциплинами.

3. Найдите все решения уравнения с двумя неизвестными

$$x^2 + 4y^2 = 2xy.$$

4. Можно ли часть тетрадного листа размером 13×13 клеток разбить на непересекающиеся прямоугольники размера 2×5 и 3×9?

5. Докажите, что число

$$2020^3 + 3 \cdot 2020^2 - 13 \cdot 2020 + 12$$

делится на 3.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Отборочный этап. Очная форма.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 13662 для 6 класса

Решить задачу – это вывести, а не угадать ответ! Объяснить решение – это не только дать ответ. Решение должно содержать логическое обоснование всех его этапов с формулировкой предположений и выводов.

1. За неделю до новогоднего парада снеговиков первый секретать заявил, что собралось уже не менее 2020 участников. «Нет, 2020 участников еще не набралось», – заявил второй секретать, порывшись в бумагах. «Только что прибыл первый снеговик!» – радостно сообщил по телесвязи комендант. Сколько же снеговиков собралось на момент этого разговора, если достоверно известно, что только одно из трех утверждений истинно?

2. В соревнованиях по зимним видам спорта «Прогони пургу!» участвует 90 детей. Докажите, что среди них можно найти либо 9 детей, занимающихся одним и тем же видом спорта, либо 9 детей, занимающихся девятью разными дисциплинами.

3. На предновогоднем слете каждая из прибывших туда 2020 снегурочек загадала случайным образом некоторое число. Оказалось, что каждое из этих 2020 чисел равно сумме любых двух других из них. Найдите сумму всех загаданных снегурочками чисел.

4. Под новогодней елкой обнаружилась шоколадка размером 13×13 квадратиков. Можно ли разбить ее без остатка на несколько прямоугольных кусков размера 2×5 и 3×7?

5. Для упаковки новогодних подарков нужна коробочка в форме прямоугольного параллелепипеда с объемом 125 кубических пальчиков. Длина, ширина и высота такой коробочки должны выражаться целыми числами (количеством пальчиков). Сколько различных таких коробочек можно спроектировать? Какую наименьшую площадь всей поверхности может иметь такая коробочка?

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 13551 для 5 класса

Решить задачу – это вывести, а не угадать ответ! Объяснить решение – это не только дать ответ. Решение должно содержать логическое обоснование всех его этапов с формулировкой предположений и выводов.

1. Дед Мороз и Кыш Бабай явились на торжественное новогоднее заседание математического кружка с подарками для всех участников. «Я – Кыш Бабай», – сказал первый из них. «А я – Дед Мороз», – сказал второй. Но затем они добавили: «Хотя бы один из нас сказал неправду. Если Вы сможете однозначно определить, кто есть кто, то получите подарков втрое больше.» Как должны рассуждать участники кружка, чтобы получить дополнительные подарки?

2. В зимний лагерь «Веселая батарейка» приехали 40 детей из разных городов. Докажите, что среди них можно найти либо 7 детей из одного и того же города, либо 7 детей из семи разных городов.

3. Десять Дедов Морозов загадали случайным образом по целому числу. Оказалось, что каждое из этих 10 чисел в 2 раза больше суммы любых двух других из них. Найдите сумму всех загаданных Дедами чисел.

4. Под новогодней елкой обнаружилась шоколадка размером 14×14 квадратиков. Можно ли разбить ее без остатка на несколько прямоугольных кусков размера 2×5 и 3×9?

5. Пончик и Сиропчик, накрывая новогодний стол, разложили все свои кулебяки одинаковыми рядами. При этом оказалось, что как количество рядов, так и количество кулебяк в каждом из них выражается четным числом, не кратным четырем. Верно ли, что если к ним на праздник придут Фуксия и Селедочка, то каждому достанется одинаковое количество кулебяк?