

## ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

Вариант 17091 для 9 класса

1. На прокладке линии электропередачи работают три бригады с постоянной интенсивностью. Первая и третья бригады, работая вместе, за месяц прокладывают 15 км линии. Все три бригады вместе могут проложить за месяц линию в два раза длиннее, чем вторая и первая бригады вместе. Сколько километров линии в месяц может проложить третья бригада, если известно, что вторая бригада вместе с третьей прокладывают участок пути в четыре раза быстрее, чем его проложила бы одна вторая бригада?

2. Решите задачу из VIII книги «Начал» Евклида. Пусть числа  $x_1, \dots, x_{2021}$  связаны равенствами (по Евклиду — непрерывной пропорцией)

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{x_2}{x_3} = \dots = \frac{x_{2020}}{x_{2021}},$$

причем  $x_1 = 2^{2022}$ ,  $x_{2021} = 4$ . Найдите  $x_2, \dots, x_{2020}$ .

3. На координатной плоскости каждая из  $N$  прямых  $l_j$  параллельна прямой  $y = x + 2021$  и пересекает кривую  $y = 1/x$  ровно в двух точках  $(x_1(j), y_1(j))$  и  $(x_2(j), y_2(j))$  ( $j = 1, 2, \dots, N$ ). Рассмотрим два произведения

$$P_1 = y_1(1)y_1(2) \cdots y_1(N) \quad \text{и} \quad P_2 = y_2(1)y_2(2) \cdots y_2(N).$$

Выясните, какие значения может принимать величина  $P_1P_2$  и как это значение зависит от  $N$ .

4. На сторонах BC и CD квадрата ABCD отмечены две точки, соответственно, M и K так, что периметр треугольника MKC равен удвоенной стороне квадрата. Найдите угол MAK.

5. В конце XIX в. немецкий математик (он родился и вырос в Санкт-Петербурге) Георг Кантор доказал, казалось бы, парадоксальный факт: между множеством и его подмножеством можно установить взаимно однозначное соответствие. Так, в частности, можно каждому целому числу  $k$  поставить в соответствие натуральное число  $N(k)$ , которое будет номером числа  $k$ , причем все номера (натуральные числа) будут использованы. Укажем первые пары такого соответствия:

$$N(0) = 1, N(1) = 2, N(-1) = 3, N(2) = 4, N(-2) = 5, N(3) = 6, N(-3) = 7, \dots$$

Решите следующие уравнения

А)  $N(x) = 2021$ ,

Б)  $N(x) - N(y) = 2021$ .