

6 класс. Задача 1

Полый кубик размером $2 \times 2 \times 2$, изготовленный из листового материала, весит 5 грамм. Сколько весит кубик размером $6 \times 6 \times 6$, изготовленный из того же листового материала?

Решение

Кубик составлен из 6 граней (квадратных сторон). Следовательно его вес изменился во столько же раз, во сколько изменился вес грани.

Грань имела площадь 4 усл. единицы, а стала 36 усл. единиц. поскольку материал остался тот же, то все увеличилось так же, как площадь, т.е. в 9 раз.

Ответ. 45 грамм.

6 класс. Задача 2

В заповеднике «Зеленая гуща» установлены различные вышки наблюдения за животными. На каждой вышке есть несколько площадок наблюдения. Каждые две соседние по высоте площадки вышки соединены между собой двумя лестничными пролетами. Кроме того, еще один лестничный пролет соединяет самую нижнюю площадку каждой вышки с землей. Сколько таких вышек установлено в заповеднике, если общее количество площадок в них – 1021, а лестничных пролетов – 2021?

Решение

Пусть на каждой вышке l лестничных пролетов и p площадок. Тогда $l = 2p - 1$ или $2p - l = 1$.

Следовательно, удвоенное количество всех площадок превышает количество всех лестниц на количество вышек.

Получаем, что вышек $2 \cdot 1021 - 2021 = 21$.

Ответ. 21 вышка.

6 класс. Задача 3

Сравните дроби

$$\frac{202120202021}{202120212022} \quad \text{и} \quad \frac{202120192020}{202120202021}.$$

Решение

Оценим, какая дробь ближе к 1.

$$1 - \frac{202120202021}{202120212022} = \frac{10001}{202120212022} \quad \text{и} \quad 1 - \frac{202120192020}{202120202021} = \frac{10001}{202120202021}.$$

Очевидно, что $\frac{10001}{202120212022} < \frac{10001}{202120202021}$, т.е. первая дробь ближе к 1, значит, она больше.

Ответ. $\frac{202120202021}{202120212022} > \frac{202120192020}{202120202021}$.

6 класс. Задача 4

Имеется 2021 целое число, их произведение равно 1. Может ли сумма всех этих чисел быть равной нулю?

Решение

Ясно, что каждое число равно либо +1, либо -1.

Чтобы сумма была равна нулю, нужно иметь равное количество положительных и отрицательных единиц.

Чтобы произведение было равно 1, нужно иметь четное количество отрицательных единиц.

Таким образом, сумма может занулиться только если количество чисел кратно 4. Заданное количество не кратно.

Ответ. Не может.

6 класс. Задача 5

Снегоплавильный комбинат работает 4 часа и 30 минут в день. Известно, что в течение любого промежутка времени длительностью в один час (в течение этих четырех с половиной часов) он плавит ровно 30 т снега. Можно ли утверждать, что средняя производительность снегоплавления составляет 30 т/час?

Решение

Построим контрпример. Пусть, например, первые полчаса производительность составляет 10 т/ч, а вторые полчаса 50 т/ч. Затем опять полчаса производительность равна 10 т/ч, а последующие полчаса 50 т/ч. и т. д. Несложно проверить, что за каждый час при такой работе плавится ровно 30 т снега. В итоге за 4,5 часа будет расплавлено

$$(5 + 25) + (5 + 25) + (5 + 25) + (5 + 25) + 5 = 125 \text{ т,}$$

а средняя производительность составит $\frac{125}{4,5} < 30$ т/час.

Ответ. Нет.