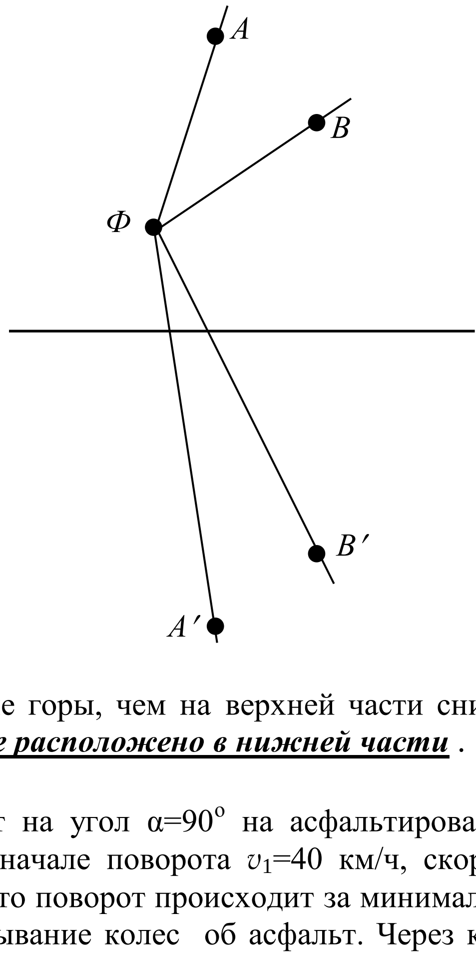
Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Заключительный этап.

ЗАДАНИЕ ПО ФИЗИКЕ
ВАРИАНТ 27101 для 10-го класса

1. Каждый год студенты НИУ «МЭИ», участники туристическо-поискового клуба “Горизонт”, отправляются в походы по разным местам нашей страны. Свои фоторепортажи они показывают на выставках в фойе главного учебного корпуса. На этом снимке изображена горная вершина, сфотографированная с берега озера. Как определить, где расположено отражение горы в воде: на верхней или на нижней части фотоснимка? Объясните свой ответ при помощи графических построений световых лучей. Яркость, четкость и контрастность верхней и нижней половины фотографии одинаковы.

Решение.

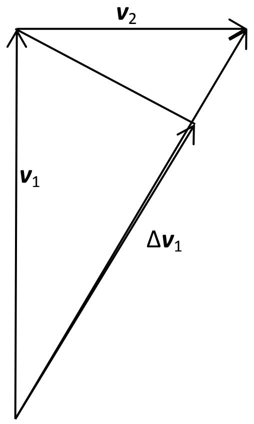
Поверхность озера представляет собой плоское зеркало. Рассмотрим сначала расположение двух точечных объектов A и B, расположенных на разной высоте от поверхности зеркала, и их отражений, A' и B', которые видны в фотоаппарат $\varPhi$. Поскольку фотоаппарат расположен выше поверхности воды, то в прямых лучах (идущих в фотоаппарат от точек A и B) эти объекты находятся на бóльшем угловом расстоянии, чем в отраженных (идущих в фотоаппарат от изображений точек A' и B'). Поэтому изображения точек “прижаты” друг к другу.



Выберем в качестве точки B край облака, а в качестве точки A – вершину горы. На фотографии точки A и B располагаются дальше друг от друга, чем точки A' и B'. Поэтому сверху – предмет, а внизу – его изображение (отражение). Если посмотреть на фотографию в условии задачи и найти на ней эти точки, то увидим, что облако на нижней части снимка расположено ближе к вершине горы, чем на верхней части снимка. Поэтому на фотографии в условии задачи ***отражение расположено в нижней части*** .

2. Автомобиль с полным приводом делает поворот на угол $\alpha=90^{\circ}$ на асфальтированной горизонтальной площадке. Скорость автомобиля в начале поворота υ_1=40 км/ч, скорость автомобиля в конце поворота υ_2=30 км/ч. Известно, что поворот происходит за минимальное время t = 10 с, при котором исключается проскальзывание колес об асфальт. Через какое время t_1 после начала торможения скорость автомобиля принимает наименьшее значение? Примите ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

a



Автомобиль с полным приводом делает поворот на угол α=90° на асфальтированной горизонтальной площадке. Скорость автомобиля в начале поворота v_1=40 км/час, скорость автомобиля в конце поворота v_2=30 км/час. Известно, что поворот производится за минимальное время, при котором исключается проскальзывание колес об асфальт. Это время составляет t = 10 с. Через какое время t_1 после начала торможения скорость автомобиля принимает наименьшее значение? Примите ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

$$\frac{v_1}{\sqrt{v_1^2+v_2^2}}=\frac{\Delta v_1}{v_1}\Rightarrow \Delta v_1=\frac{v_1^2}{\sqrt{v_1^2+v_2^2}}$$

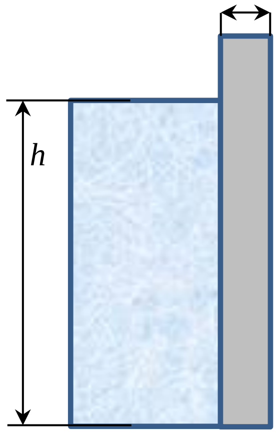
$$t=\frac{\sqrt{v_1^2+v_2^2}}{\mu g}\Rightarrow \mu g=\frac{\sqrt{v_1^2+v_2^2}}{t}$$

$$t_1=\frac{\Delta v_1}{\mu g}=\frac{v_1^2}{\sqrt{v_1^2+v_2^2}}\frac{t}{\sqrt{v_1^2+v_2^2}}=\frac{v_1^2}{v_1^2+v_2^2}t=$$

$$=\frac{4^2}{4^2+3^2}\cdot 10=0.8\cdot 8=6.4\ c$$

$$t_1=\frac{v_1^2}{v_1^2+v_2^2}t=6.4\ c$$

3. Плотины гравитационного типа на гидроэлектростанциях противостоят напору воды исключительно за счет собственного веса. На рисунке приведен поперечный разрез прямоугольной плотины. Длина плотины от берега до берега (в направлении, перпендикулярном плоскости рисунка) составляет L = 250 м, ширина плотины a = 25 м. Уровень воды в водохранилище рядом с плотиной равен h = 60 м. Определите минимальную массу плотины, которая может сдержать такой напор воды. Скольжение плотины по грунту исключено. Вода под основание плотины не проникает. Плотность воды принять равной ρ = 1000 кг/м^3. Плотность плотины одинакова по всему объему.



Решение:

Так как плотина скользить по грунту основания не может,

то единственная возможность потери устойчивости –

опрокидывание, с центром вращения в точке О (см. рис. 1).

При этом момент силы давления жидкости на боковую стенку становится равным моменту силы тяжести относительно точки О

$$M_{\text{гидростатич.}}=M_{mg}.$$

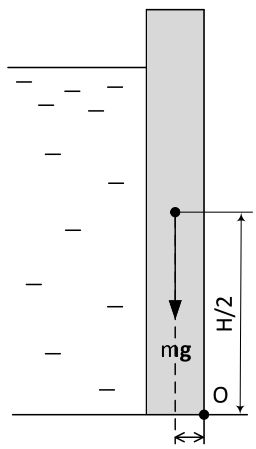


Рис. 1

Момент сил тяжести, удерживающий плотину от опрокидывания, равен

$$M_{mg}=mg\frac{a}{2}.$$

Среднее избыточное гидростатическое давление, действующее на стенку, равно

$$p = \frac{1}{2}\rho g h.$$

Соответственно, полная сила, действующая на плотину, равна

$$F_{\text{рез}} = pS = \frac{1}{2}\rho g h \cdot L \cdot h = \frac{1}{2}\rho g h^2 L.$$

Остается решить вопрос с точкой приложения этой суммарной силы. Для этого построим силы давления, действующие на каждый бесконечно малый элемент поверхности плотины ΔS (см. рис. 2)

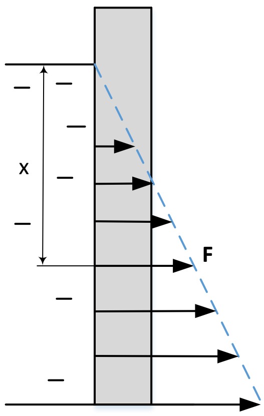


Рис. 2

$$F' = \rho g x \Delta S$$

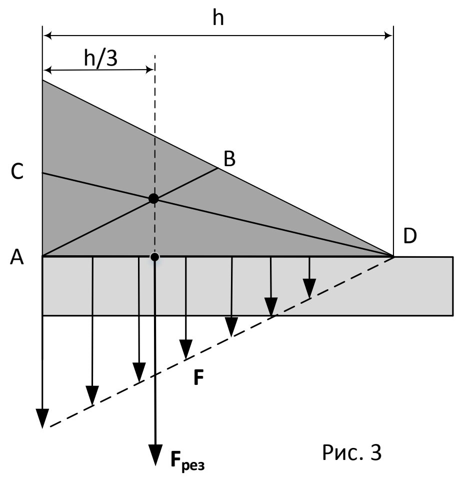


Рис. 3

Огибающая концов этих сил давления составляет со стенкой плотины и дном треугольник (рис. 2). Точно такой-же характер воздействия будет наблюдаться, если на горизонтальную поверхность положить треугольную прямоугольную призму (рис. 3). Известно, что у однородной треугольной призмы центр масс находится на пересечении медиан АВ и СД. Несложно показать, что эта точке центра масс находится на расстоянии равном трети высоты от основания. Таким образом, результирующая сила $F_{\text{рез}}$ будет приложена к стенке плотины на высоте h/3 от дна. Эта величина и является плечом силы гидростатического давления.

Окончательно запишем для момента сил гидростатического давления

$$M_{\text{гидростатич.}} = F_{\text{рез}} \cdot \frac{h}{3} = \frac{1}{6}\rho g h^3 L$$

Приравнивая моменты сил тяжести и гидростатического давления, получим

$$mg\frac{a}{2} = \frac{1}{6}\rho g h^3 L,$$

Откуда

$$m = \frac{\rho h^3 L}{3a} = \frac{10^3 \cdot 216 \cdot 10^3 \cdot 250}{3 \cdot 25} = 720 \cdot 10^6 \text{ кг} = 720 \text{ тыс. т.}$$

Ответ: $m = 720$ тыс. т.

4. Некоторое количество аргона находится в вертикальном цилиндрическом сосуде под массивным поршнем, который плотно прилегает к стенкам сосуда. К центру поршня сверху прикреплена пружина, соединенная другим концом с крышкой сосуда. Первоначально газ находился в таком состоянии, что пружина не была деформирована. После того, как газу сообщили количество теплоты Q = 760 Дж, его объем увеличился в 2 раза, а давление

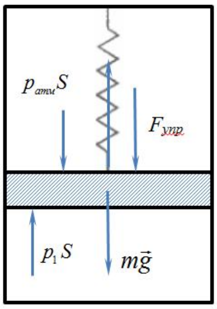
увеличилось в 3 раза. Определите энергию упругой деформации пружины в конечном состоянии. Поршень перемещается без трения, крышка сосуда негерметична.

Решение.

На поршень в сосуде действуют 4 силы: сила давления газа (вверх), сила упругости пружины, сила тяжести (вниз) и сила атмосферного давления (вниз).

При отсутствии газа в сосуде ($p_{газа} = 0$) можно определить статическое удлинение пружины:

$k\Delta x_0 = mg + p_{атм}S$, поэтому $k = \dfrac{mg + p_{атм}S}{\Delta x_0} = \dfrac{F}{\Delta x_0}$. (*)

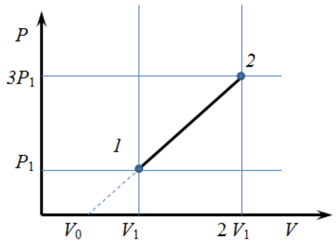


Это удлинение соответствует состоянию, когда объем системы под поршнем равен V_0.
При нагревании газа и сжатии пружины на Δx, работы сил связаны уравнением

$$A_{газа} = A_{упр} + A_{mg} + A_{атм} = W_{упр} + A_F = \frac{k\Delta x^2}{2} + F\Delta x, \qquad (**)$$

поскольку сила $F = mg + p_{атм}S$ является постоянной.

Построим график изменения состояния газа в (p,V)-диаграмме:



Применим 1 начало термодинамики к процессу:

$$A_{газа} = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_2 - V_1) = \frac{1}{2}(p_1V_2 + p_2V_2 - p_1V_1 - p_2V_1);$$

$$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T = \frac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1);$$

$$Q = A_{газа} + \Delta U = 2(p_2V_2 - p_1V_1) + \frac{1}{2}(p_1V_2 - p_2V_1) \qquad (***)$$

$V_2 = 2V_1$, $p_2 = 3p_1$, *из графика* $V_0 = \dfrac{1}{2}V_1$, тогда $\Delta x_0 = \dfrac{1}{2}\dfrac{V_1}{S}$, $\Delta x = 2\Delta x_0$. Тогда из (*) и (**)

$A_{газа} = \dfrac{k\Delta x^2}{2} + F\Delta x = \dfrac{1}{2}\dfrac{F}{\Delta x_0}(2\Delta x_0)^2 + F\cdot 2\Delta x_0 = F\cdot 2\Delta x_0 + F\cdot 2\Delta x_0$. Отсюда видно, что $W_{упр} = A_F$,

поэтому $W_{упр} = \dfrac{1}{2}A_{газа}$.

Из (***) $Q = \dfrac{19}{2}p_1V_1$, $A_{газа} = 2p_1V_1$. Поэтому $A_{газа} = \dfrac{4}{19}Q$

Q = 760 Дж, $W_{упр} = \dfrac{2}{19}Q = \dfrac{2}{19}\cdot 760 = 80$ Дж.

5. Десятиклассники школы №1502 “Энергия” во время своей летней учебной практики в НИУ «МЭИ» изготовили модель плоского конденсатора. Она представляла собой два больших гладких алюминиевых диска, расположенных горизонтально на расстоянии d = 1 см друг от друга. Школьники обнаружили, что заряженный конденсатор быстро разряжается, предположительно из-за наличия ионов в воздухе. После того, как модель конденсатора поместили в герметичный сосуд, откачали воздух и зарядили до разности потенциалов между пластинами U = 1000 В, сила тока разрядки заметно уменьшилась и стала равна I = 0,275 нА. Ученики выдвинули предположение, что в зазоре конденсатора осталась пылинка, которая и приводила к разрядке конденсатора. Определите плотность материала пылинки, считая её очень маленьким металлическим шариком. Столкновение пылинки с обкладкой конденсатора считать абсолютно неупругим ударом. Действием силы тяжести пренебречь.

Решение.

При соударении с обкладкой конденсатора пылинка приобретает заряд $q = C\varphi$, где $C = 4\pi\varepsilon_0 r$ (r- радиус пылинки), а φ - потенциал обкладки ($\varphi = \frac{U}{2}$).

Движение пылинки между обкладками можно считать равноускоренным:

$$d = \frac{at^2}{2} = \frac{qEt^2}{2m}.$$

Учитывая, что $U = Ed$, получим

$$t = d \cdot \sqrt{\frac{2m}{qU}}.$$

Поскольку по условию задачи ток утечки мал, то изменением разности потенциалов между обкладками конденсатора можно пренебречь.

Ток утечки определим как

$$I = \frac{q}{t} = \frac{q}{d}\sqrt{\frac{qU}{2m}}.$$

Поскольку $m = \rho\frac{4}{3}\pi r^3$, то

$$\rho = \frac{3{\varepsilon_0}^3\pi^2}{d^2 I^2}U^4 \cong 2700 \text{ кг/м}^3.$$