

ЗАДАНИЕ ПО КОМПЛЕКСУ ПРЕДМЕТОВ
ФИЗИКА, ИНФОРМАТИКА, МАТЕМАТИКА

ВАРИАНТ 47101 для 10 класса

Притчу об усомнившемся М714, муравье Великого Муравейника, изучают все его подрастающие жители. Все они знают задачу о насекомом, бегущем с постоянной собственной скоростью по резиновому жгуту, один конец которого закреплен неподвижно, а другой конец непрерывно и равномерно оттягивается от точки крепления. Все они также знают, что удаляющийся конец жгута будет в конце-концов достигнут, и умеют точно рассчитывать время, требующееся для этого, по известным скоростям.

Но муравей М714 решил проверить точный расчет на практике.

Попробуем смоделировать описанное движение и строгим расчетом определить, на что обрекает себя такой усомнившийся.

Будем считать, что жгут растягивается равномерно, а его свободный конец движется прямолинейно с постоянной скоростью $u = 2$ м/с, направленной от точки крепления. Собственная скорость муравья постоянна и равна $v_0 = 15$ см/с, а его размерами можно пренебречь. В начальный момент времени жгут имеет длину $S_0 = 1$ м, а муравей находится в точке его неподвижного крепления. Движение муравья и растягивание жгута начинаются одновременно.

Чтобы иметь возможность рассчитать параметры движения, перейдем к «дискретному времени» и будем рассматривать только моменты $t_0, t_0 + \Delta t, t_0 + 2\Delta t$ и так далее. Дополнительно будем предполагать, что в течение каждого интервала времени Δt скорости, с которыми движутся все точки жгута, по которым пробегает за это время муравей, не изменяются и равны друг другу. Тогда можно рассчитать перемещение муравья за рассматриваемый интервал, после чего вновь зафиксировать скорости точек жгута, приняв их равными скорости той точки, куда сместился наш герой. Такие действия следует повторять до тех пор, пока муравей не достигнет цели.

Для начального расчета возьмем $\Delta t = 0,5$ с. Координатную ось направим вдоль линии движения, за начало отсчета выберем точку неподвижного крепления жгута.

1. Найдите положение муравья (в неподвижной системе координат) через время Δt и $2\Delta t$ после начала движения. Результат округлите до миллиметров.

2. При заданном выше значении Δt найдите общее время T , которое понадобится для достижения противоположного конца жгута, а также длину растянутого жгута S в этот момент времени (округлите результаты до часов и метров соответственно).

3. Уменьшив величину Δt вдвое, снова найдите общее время движения муравья \tilde{T} . Считая новую величину \tilde{T} более точной, а величину $|T - \tilde{T}|$ принимая за ее погрешность ΔT , запишите округленный окончательный результат в виде $\tilde{T} \pm \Delta T$.

4. Контролируя точность расчета, как описано в п. 3, подберите такое значение шага дискретизации Δt (по возможности, максимальное), при котором общее время движения муравья \tilde{T} определяется с точностью не хуже 10 часов. Запишите округленный результат в том же виде, что в п. 3.

Ответы.

1. $x_1 = 7,5$ см, $x_2 = 18,8$ см.

2. $T = 131$ час. $S = 942\,336$ м.

3. $\tilde{T} = 108 \pm 23$ час.

4. $T = 94 \pm 9$ часа (впервые достигается при шаге $\Delta t = 0,2$),
принимаются и другие близкие значения.