

**РЕШЕНИЕ**  
**ВАРИАНТ 27881 для 8-го класса**

1. Школьники решили провести любопытный эксперимент. Они заморозили воду в виде ледяного куба с ребром 10 см и 1000 кубиков с длиной ребра 1 см. В распоряжении школьников было два одинаковых идеальных термостата, в которых постоянно поддерживалась температура 0 °С. Школьники поместили большой куб в один термостат, а все маленькие кубики аккуратно разложили в один слой во втором так, чтобы они не касались друг друга. Время таяния льда в каждом термостате определялось от момента появления первой капли воды до полного превращения льда в воду. Сравните время таяния льда в двух термостатах. Объясните свои выводы.

**Решение:**

Количество теплоты, поступающее в куб в единицу времени, пропорционально площади его поверхности, т.е. квадрату длины его ребра, а количество теплоты, необходимое для плавления куба, пропорционально его объему, т.е. кубу длины его ребра. Поэтому время, необходимое для плавления куба, пропорционально длине его ребра. При разбиении куба на  $1000000 = 100 \cdot 100 \cdot 100$  одинаковых кубиков длина ребра каждого кубика оказывается в 100 раз меньше длины ребра исходного куба. Поэтому миллион одинаковых кубиков растают в сто раз быстрее, чем исходный куб. Если куб разбивается на кубики разных размеров, то время плавления всех кубиков будет определяться размером наибольшего из получившихся кубиков.

**Ответ:** *маленькие кубики растают быстрее в 100 раз.*

2. Кастрюля с водой 1 уравновешена на рычажных весах с помощью гири 2 (см. рис. а). В воду опускают металлический шарик 4, подвешенный на легкой нити (см. рис. б) так, что он не касается дна и стенок кастрюли. Нить привязана к коромыслу 3 вторых весов, равновесие которых достигается при помещении на правую чашку трех одинаковых гирек 5. Определите плотность материала шарика, если для уравновешивания весов с кастрюлей к гире 2 необходимо добавить одну гирьку 5. Плотность воды  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ .

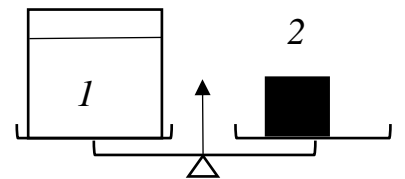


Рис. а

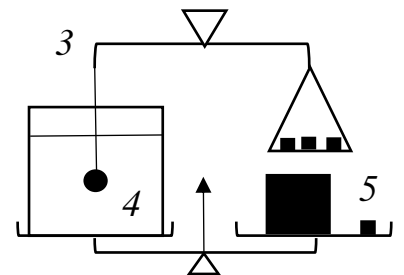


Рис. б

**Решение:**

$m$  – масса маленькой гирьке, она равна массе вытесненной жидкости.  $m_0$  – масса шарика.

По закону Архимеда:

$$m_0 - m = 3m$$

$$m_0 = 4m$$

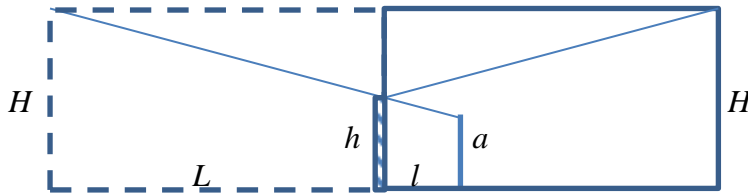
Следовательно, плотность шарика равна  $4\rho = 4000 \text{ кг/м}^3$

**Ответ:**  $4000 \text{ кг/м}^3$

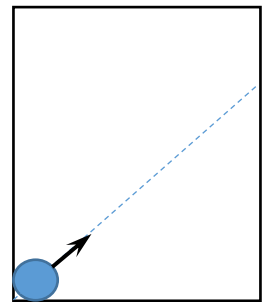
3. Человек, рост которого равен  $a$ , смотрит в плоское вертикальное зеркало, стоящее на полу, находясь от него на расстоянии  $l$ . За спиной человека на стене висит картина, верхний край которой расположен на высоте  $H$  от пола, причем  $H > a$ . Расстояние между зеркалом и стеной равно  $L$ . Какой минимальной высоты  $h$  должно быть зеркало, чтобы человек смог увидеть верхний край картины?

**Решение:**

$$\frac{h-a}{H-a} = \frac{l}{l+L} \Rightarrow h = \frac{Hl+aL}{l+L}$$



4. Горизонтальный стол с идеально гладкой поверхностью имеет размеры  $182 \times 387$  см. Стол со всех сторон огорожен вертикальными идеально упругими бортиками. По столу могут прямолинейно и равномерно двигаться шайбы диаметром 2 см. Первая шайба в начальный момент времени располагается в положении  $A$  (касаясь двух бортиков стола одновременно) и начинает движение со скоростью 5 м/с под углом  $45^\circ$  к бортику (см. рис). Вторая шайба стартует из того же положения  $A$  через 1 с в том же направлении. Определите минимальную скорость второй шайбы, при которой она успеет догнать первую шайбу до того момента, когда первая шайба коснется двух бортиков одновременно.



A

**Решение:**

Рассмотрим движение центра масс шайбы. Его движение при всех столкновениях со стенками можно рассмотреть, как движение материальной точки по полю меньшего размера –  $180 \times 385$  см.

В точке первого удара (угол падения равен углу отражения!) зеркально отобразим поле стола. Таким же образом поступим в точках последующих соударений шайбы с бортиками. В результате построим развертку «зазеркалья» отражая поле стола от его стенок. При этом траектория шайбы отображается в прямую линию, то есть задача становится полностью одномерной. Отметим, что угол наклона траектории к любой стороне поля будет равен  $45^\circ$ .

Найдем, когда эта прямая пройдет через первый угол стола (не считая точки старта). Для этого необходимо отразить стол столько раз, чтобы получился квадрат, стороны которого удовлетворяют соотношению

$$180a = 385b,$$

где  $a, b$  — минимально достижимые натуральные числа, а шайба двигалась бы строго по диагонали этого квадрата.

После деления на общий множитель 5 (легко виден) получаем

$$36a = 77b,$$

где 36 и 77 – взаимно простые числа. Поэтому решение

$$a = 77, \quad b = 36.$$

Таким образом, пройденный шайбой путь будет равен

$$S = \sqrt{(180 \cdot 77)^2 + (385 \cdot 36)^2} = \sqrt{(5 \cdot 36 \cdot 77)^2 + (5 \cdot 77 \cdot 36)^2} = 5 \cdot 77 \cdot 36 \cdot \sqrt{2} = 19601 [\text{см}] = 196 [\text{м}].$$

Найдем скорость второй шайбы из уравнения:

$$\frac{S}{v_1} = \frac{S}{v_2} + t_0,$$

откуда

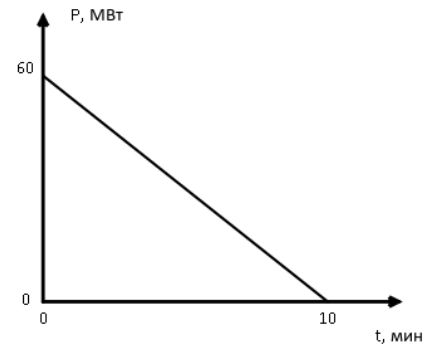
$$v_2 = \frac{S}{\frac{S}{v_1} - t_0} = \frac{Sv_1}{S - v_1 t_0}.$$

Окончательно

$$v_2 = \frac{Sv_1}{S - v_1 t_0} = \frac{196 \cdot 5}{196 - 5 \cdot 1} = 5,13 \text{ м/с}$$

**Ответ:** 5,13 м/с

5. Чтобы быстро остановить турбину гидрогенератора на ГЭС для осмотра и ремонта, можно использовать следующий способ: генератор замыкается на нагревательный элемент, опущенный в бассейн с водой. При этом кинетическая энергия, запасенная в турбине, расходуется на нагревание воды и турбина достаточно быстро останавливается без использования механических тормозных устройств. Определите, какая масса воды содержится в охлаждающем бассейне, если зависимость механической мощности останавливающейся турбины от времени представлена на графике и вода нагревается при этом на 50°C. КПД генератора 90%. Удельная теплоемкость воды равна 4200 Дж/(кг·°C).



**Решение:**

Площадь под графиком равна полному запасу кинетической энергии турбины

$$E_k = \frac{1}{2} P_0 t,$$

Где  $P_0$  – механическая мощность в начальный момент времени,  $t$  – момент времени, в который турбина остановилась.

Эта кинетическая энергия с учетом КПД переходит в тепловую энергию, расходуемую на нагрев воды

$$Q = \eta \cdot E_k = \frac{1}{2} P_0 t \eta = cm\Delta t.$$

Отсюда, масса нагретой воды равна

$$m = \frac{P_0 t \eta}{2c\Delta t} = \frac{60 \cdot 10^6 \cdot 600 \cdot 0,9}{2 \cdot 4200 \cdot 50} = 771 \text{ т.}$$

**Ответ:**  $m = 771 \text{ Т.}$