

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ  
ВАРИАНТ 17771 для 7 класса

1. Совет деревни тайного трубопровода собирается за круглым столом, причем каждый приходящий может сесть на любое свободное место. Сколько возможно различных вариантов рассадки, если на совет соберется 7 участников? (Две рассадки считаются одинаковыми, если слева и справа от каждого участника сидят те же лица, пустые места не учитываются.)

**Решение**

Поскольку пустые места не учитываются, можно рассмотреть только способы расположения на семи местах. Первый пришедший может сесть на любое из 7-ми мест. следующий – на любое из 6-ти оставшихся мест и так далее до последнего. Всего получается  $7 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 1 = 7!$  вариантов.

Однако каждый вариант, получающийся из другого циклическим сдвигом (поворотом по или против часовой стрелки) считаются одинаковыми. Для каждой фиксированной рассадки таких вариантов будет 7. Поэтому окончательное количество равно

$$7 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 1 / 7 = 6! = 720.$$

Отметим также, что зеркальное отражение переводит рассадку в иную, поскольку правый и левый соседи меняются местами.

**Ответ:**  $6! = 720$  вариантов.

2. Летом Пончик ест медовые коврижки четыре раза в день: вместо утренней зарядки, вместо дневной прогулки, вместо вечерней пробежки и вместо ночного купания. При этом количества коврижек, съеденных вместо зарядки и вместо прогулки относятся как 3 : 2; вместо прогулки и вместо пробежки — как 5 : 3; а вместо пробежки и вместо купания — как 6 : 5. На сколько больше или меньше коврижек съел Пончик вместо зарядки, чем вместо купания в тот день, в который было съедено суммарно 216 коврижек?

**Решение**

По условию задачи можно составить следующие соотношения для количества коврижек, съеденных вместо той или иной полезной деятельности:

$$\frac{\text{Зарядка}}{\text{Прогулка}} = \frac{3}{2} \quad \frac{\text{Прогулка}}{\text{Пробежка}} = \frac{5}{3} \quad \frac{\text{Пробежка}}{\text{Купание}} = \frac{6}{5}$$

или, что то же

$$\frac{\text{Зарядка}}{\text{Прогулка}} = \frac{15}{10} \quad \frac{\text{Прогулка}}{\text{Пробежка}} = \frac{10}{6} \quad \frac{\text{Пробежка}}{\text{Купание}} = \frac{6}{5}$$

Исходя из этого, мы можем обозначить: Зарядка =  $15x$ , Прогулка =  $10x$ , Пробежка =  $6x$ , Купание =  $5x$ . Известно, что было съедено 216 коврижек, то есть

$$15x + 10x + 6x + 5x = 216 \Rightarrow x = 6.$$

Следовательно, вместо зарядки Пончик съел 90 коврижек, а вместо купания – 30. Отвечая на вопрос задачи, Пончик съел на 60 коврижек больше вместо зарядки, чем вместо купания.

**Ответ:** на 60 коврижек больше.

3. Представьте число  $\frac{2}{7}$  в виде суммы нескольких различных обыкновенных дробей, числители которых равны единице.

### Решение

Пользуемся тем, что

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n(n+1)}.$$

Тогда

$$\frac{2}{7} = \frac{1}{7} + \frac{1}{7} = \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{56}.$$

Возможны иные варианты.

В качестве ответа принималось также любое другое верное представление.

4. Два равных квадрата наложены один на другой так, что вершина верхнего совпадает с точкой  $O$  пересечения диагоналей нижнего. При этом верхний квадрат может свободно поворачиваться вокруг точки  $O$ . Как нужно расположить верхний квадрат, чтобы оба они вместе покрывали бы наибольшую площадь? Если таких положений более одного, опишите их все.

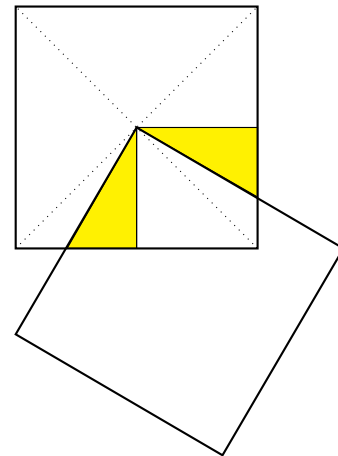
### Решение

Изобразим произвольное положение двух квадратов.

Опустим из центра неподвижного квадрата перпендикуляры на две стороны (на рис. – правую и нижнюю). Тогда два закрашенных прямоугольных треугольника равны по катету и острому углу.

Следовательно, каков бы ни был угол поворота подвижного квадрата, общая часть площади будет одной и той же. Таким образом, оба квадрата вместе всегда покрывают одну и ту же площадь.

**Ответ:** любое положение.



5. Аксинья, Дарина, Милана, Ратибор и Ярополк – цирковые дрессировщики. Их возраст – 18, 19, 20, 22, 25 лет. Их подопечные – лисица, попугай, тигр, морж и коза. Номера дрессировщиков называются «Восточная сказка», «Вокруг света», «Прыжок над бездной», «Весенняя мелодия», «Загадка сфинкса». Репетируют со своими питомцами они в разное время: 9:00, 10:00, 11:00, 12:00, 14:00. Определите возраст, питомца, название номера и время репетиции каждого из дрессировщиков, если известно следующее.

- Лиса Ратибора репетирует раньше питомца Ярополка, но позже козы, которая работает не с Дариной.
- У 19-летнего дрессировщика морж в «Весенней мелодии» репетирует позже, чем питомец Аксиньи.
- Репетиция номера «Вокруг света», начинающаяся позже 10:00, проходит не с лисцей. Артист цирка в этом номере младше дрессировщика из «Восточной сказки», но старше Ярополка.
- Подопечный Аксиньи выступает позже тигра, но раньше животного из номера «Загадка сфинкса».
- Милана, питомец которой не коза и которая не участвует в номере «Прыжок над бездной», младше Ратибора.
- Тигр, дрессирует которого не Дарина, начинает репетировать в четный час.



**Ответ:**

Аксинья:	коза,	20 лет,	«Вокруг света»,	11:00.
Дарина:	попугай,	18 лет,	«Прыжок над бездной»,	9:00.
Милана:	тигр,	22 года,	«Восточная сказка»,	10:00.
Ратибор:	лисица,	25 лет,	«Загадка сфинкса»,	12:00.
Ярополк:	морж,	19 лет,	«Весенняя мелодия»,	14:00.