

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 12111 для 11 класса

1. В процессе цифровой трансформации газовой турбины инженер Сусуманов столкнулся с необходимостью вычислить значение величины

$$J = \sin \frac{4\pi}{45} + \cos \frac{4\pi}{45} \cdot \operatorname{tg} \frac{37\pi}{180}.$$

Найдите значение J и объясните, как это можно сделать без использования специальных вычислительных средств.

2. Даны два двузначных числа A и B . Обозначим через a_0 и a_1 цифры, стоящие в разрядах единиц и десятков числа A , а через b_0 и b_1 аналогичные цифры B . Докажите, что число $a_1 \cdot b_0 - b_1 \cdot a_0$ делится на наибольший общий делитель чисел A и B .

3. Однажды первокурсник Горыныч принес с собой целый рюкзачок пирожков с русским духом. Пока одна голова слушала лекцию, вторая начала обедать, съедая каждую минуту одно и то же количество пирожков. Через 12 минут лекция закончилась и первая голова присоединилась к трапезе, также съедая каждую минуту одно и то же количество пирожков (возможно, отличное от второй головы). Еще через 4 минуты рюкзачок опустел наполовину. Когда пирожки закончились, оказалось, что через каждую из двух голов прошло равное их количество (иные головы в трапезе не участвовали). Определите, во сколько раз одна голова прожорливее другой.

4. Полукруг расположен внутри прямоугольного треугольника так, что его диаметр лежит на катете, а другой катет и гипотенуза являются касательными к его полуокружности.

А) Во сколько раз площадь треугольника больше площади полукруга, если его гипотенуза в k раз длиннее большего катета?

Б) При каком значении k указанное отношение площадей минимально?

5. Пусть многочлен $P(x) = x^{10} + a_9x^9 + a_8x^8 + \dots + a_0$ таков, что $P(1) = P(-1)$, $P(2) = P(-2)$, $P(3) = P(-3)$, $P(4) = P(-4)$, $P(5) = P(-5)$. Верно ли, что тогда $P(2022) = P(-2022)$?